

# Constante de Planck et fondations stratales

Espace, temps et énergie comme grandeurs émergentes du procédé du grain

Hugues Genvrin

27 mai 2026

## Préambule

Ce document propose une fondation géométrique de la constante de Planck  $h$  et de la constante réduite  $\hbar = h/(2\pi)$  à partir du programme du grain. La démarche repose sur trois mouvements :

1. Construire un *cadre cinématique stratal* où l'espace, le temps et la vitesse émergent de la structure du procédé.
2. Identifier  $h$  comme l'énergie d'un cycle intra-grain complet au niveau de résolution  $\mathcal{G}_{-n_\infty}$ , et  $\hbar$  comme l'énergie par radian dans le quotient stratal.
3. Préciser le statut de l'identification numérique (en unités SI) comme *coefficient de conversion* entre grandeurs stratales et conventions physiques.

Une conjecture exploratoire sur matière/antimatière comme flots universels duaux est également consignée.

**Statut épistémologique.** Ce document propose une lecture stratale des constantes fondamentales. Il établit un cadre conceptuel cohérent, mais ne prétend pas dériver la valeur numérique de  $h$  à partir du programme : le rapprochement entre unités stratales et unités SI est traité comme une *identification opérationnelle*, pas comme une dérivation absolue.

**Référence implicite.** Programme du grain (Volumes I-III), *Métrie stratale*, *De la métrie logarithmique à l'exponentielle complexe*, et *Mécanique quantique et programme du grain*.

## 1 Le cadre cinématique stratal

### 1.1 Le flot universel et le flot miroir

**Définition 1** (Flot universel  $\Gamma$ ). *On rappelle (Volume I, primitive P3) que le flot universel  $\Gamma$  est la famille de trajectoires  $\gamma_{\theta_1}$  parcourant les cercles porteurs  $C_k$  avec doublement d'angle  $\theta_{k-1} = 2\theta_k$ . On lui associe par convention l'orientation anti-horaire.*

**Définition 2** (Flot miroir  $\bar{\Gamma}$ ). *Le flot miroir  $\bar{\Gamma}$  est l'image du flot universel par la symétrie axiale de  $\Delta$ , combinée avec l'inversion d'orientation. Le flot miroir parcourt donc une famille de cercles miroirs  $\bar{C}_k$ , symétriques des  $C_k$ , par rapport à  $\Delta$  parcourus en sens horaire.*

**Remarque 1** (Justification du flot miroir).  $\Delta$  étant une primitive du programme (P1), la symétrie par rapport à  $\Delta$  est une opération géométrique naturelle. Le flot miroir  $\bar{\Gamma}$  apparaît ainsi comme image stratale du flot universel sous cette symétrie. Combiné avec l'inversion d'orientation, on obtient deux flots distincts mais structurellement appariés, qui couvrent symétriquement le plan de part et d'autre de  $\Delta$ .

## 1.2 Espace et temps stratales

**Principe 1** (Identification spatio-temporelle stratale). *Dans le cadre du programme du grain, l'espace et le temps émergent comme deux modes distincts de propagation du flot :*

- *L'espace se mesure par les déplacements inter-grain : passage d'un grain de  $\mathcal{G}_{-2n_\infty}$  à un grain adjacent (le long de l'axe réel du déploiement).*
- *Le temps se mesure par les déplacements intra-grain : rotation interne dans le quotient  $\mathcal{G}_{-n_\infty}/\mathcal{G}_{-2n_\infty}$  (le long du cercle unité).*

**Remarque 2** (Conséquence pour les unités). *Cette identification fonde dimensionnellement les unités physiques sur la structure stratale du programme :*

- *L'unité de longueur (mètre) correspond à un déplacement inter-grain de référence.*
- *L'unité de temps (seconde) correspond à un déplacement intra-grain de référence.*

*Les valeurs numériques précises de ces unités sont des conventions historiques, qui se relient au cadre stratal par un coefficient de conversion (cf. Section 4).*

## 1.3 Vitesse spatiale stratale

**Définition 3** (Vitesse spatiale stratale). *La vitesse spatiale d'un système est le rapport entre déplacement inter-grain et déplacement intra-grain :*

$$v := \frac{\Delta x_{inter}}{\Delta t_{intra}},$$

où  $\Delta x_{inter}$  est mesuré en longueurs de grain (espace) et  $\Delta t_{intra}$  en cycles intra-grain (temps).

**Principe 2** (Vitesse de la lumière stratale). *La vitesse de la lumière  $c$  est la vitesse spatiale maximale réalisable dans le programme du grain : un grain au maximum traverse une longueur de grain pendant un cycle intra-grain complet.*

*Formellement :*

$$c = \frac{\text{longueur d'un grain}}{\text{durée d'un cycle intra-grain}}.$$

**Remarque 3** (Statut de  $c$ ). *Cette définition est conforme au statut physique de  $c$  comme vitesse limite : aucun phénomène ne peut transporter de l'information plus vite qu'un grain ne peut se propager pendant un cycle interne. La constance de  $c$  vient du fait que la longueur et la durée stratales sont des grandeurs structurelles, non variables.*

*Dans cette lecture, le flot universel et le flot miroir parcourent les cercles à la vitesse  $c$ , et les cercles porteurs  $C_k$  deviennent naturellement les cercles de propagation de la lumière évoqués par Feynman dans Lumière et matière.*

## 2 Énergie comme grandeur stratale

### 2.1 Énergie associée à un cycle intra-grain

**Définition 4** (Énergie stratale fondamentale). *L'énergie fondamentale associée à un cycle intra-grain complet au niveau de résolution  $\nu$  est notée  $\mathcal{E}_\nu$  et représente l'énergie nécessaire pour effectuer un tour complet du cercle unité dans la coordonnée intra-grain de la strate  $\nu$ .*

*Par convention,  $\mathcal{E}_{-n_\infty}$  est l'énergie fondamentale au niveau  $\mathcal{G}_{-n_\infty}$  (cycle complet sur le cercle de référence  $C_1$ ).*

## 2.2 Identification avec la constante de Planck

**Théorème 1** ( $h$  comme énergie d'un cycle intra-grain). *La constante de Planck  $h$  s'identifie à l'énergie fondamentale d'un cycle intra-grain complet au niveau  $\mathcal{G}_{-n_\infty}$  :*

$$h = \mathcal{E}_{-n_\infty}.$$

*La relation usuelle  $E = h\nu$  (énergie =  $h$  fois fréquence) s'interprète alors directement : la fréquence  $\nu$  compte le nombre de cycles intra-grain par unité de temps, et  $h$  est l'énergie d'un cycle.*

*Démonstration.* La relation de Planck-Einstein  $E = h\nu$  stipule que l'énergie d'un quantum lumineux de fréquence  $\nu$  vaut  $h\nu$ . C'est précisément l'expression d'une énergie comme produit d'un nombre de cycles ( $\nu \cdot t$ ) par l'énergie unitaire d'un cycle.

Dans le cadre stratal, un cycle intra-grain correspond à un tour complet sur le cercle unité  $\mathbb{S}^1 \leftrightarrow \mathcal{G}_{-n_\infty}/\mathcal{G}_{-2n_\infty}$ . L'énergie associée à ce tour complet est la grandeur stratale fondamentale du niveau  $\mathcal{G}_{-n_\infty}$ , qu'on identifie à  $h$ .  $\square$

## 2.3 Dérivation de $\hbar$

**Théorème 2** ( $\hbar$  comme énergie par radian). *La constante de Planck réduite  $\hbar$  s'identifie à l'énergie fondamentale par radian de la coordonnée intra-grain :*

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = \frac{\mathcal{E}_{-n_\infty}}{\text{circonférence de } C_1}.$$

*Démonstration.* Le cercle unité a une circonférence  $2\pi$  (héritée du programme,  $C_1$  de rayon 1). Si l'énergie d'un cycle complet est  $h$ , alors l'énergie par unité d'angle (radian) est  $h/2\pi$  par homogénéité.

Cette grandeur est précisément  $\hbar$  par définition standard. Le facteur  $2\pi$  est donc géométriquement la *circonférence du cercle de référence* du programme, et non une convention arbitraire.  $\square$

**Remarque 4** (Lecture structurelle). *On a ainsi deux mesures de la même grandeur stratale fondamentale, à un choix d'unités angulaires près :*

- $h$  : énergie par cycle complet, mesure naturelle pour les fréquences temporelles (cycles/seconde).
- $\hbar$  : énergie par radian, mesure naturelle pour les pulsations (radians/seconde).

*Le rapport  $h/\hbar = 2\pi$  est la circonférence de  $C_1$ , donc un invariant géométrique du procédé, pas une convention de notation.*

## 3 Niveaux stratals des constantes

### 3.1 Hiérarchie des constantes stratales

**Proposition 1** (Niveaux stratals). *Les constantes physiques  $h$  et  $\hbar$  vivent à des niveaux stratals distincts :*

- $h \in \mathcal{G}_{-n_\infty}$  : énergie par cycle complet, mesurée au niveau du cercle de référence.
- $\hbar \in \mathcal{G}_{-n_\infty}/\mathcal{G}_{-2n_\infty}$  : énergie par radian, mesurée dans le quotient cyclique.

*Le passage de  $h$  à  $\hbar$  correspond donc à la projection vers le quotient stratal, qui divise par la circonférence de  $C_1$ .*

**Remarque 5** (Visualisation). *Géométriquement,  $h$  et  $\hbar$  se représentent par superposition sur le cercle de référence  $C_1$  :*

- $h$  est la grandeur associée à tout le cercle (cycle complet).
- $\hbar$  est la grandeur associée à un point du cercle (un radian, lui-même une grandeur infinitésimale qui devient détectable à une résolution plus fine).

*La représentation figurative de  $\hbar$  comme « point » sur le cercle de  $h$ , ou comme « petit cercle » à résolution grossie, reflète cette distinction stratale.*

## 3.2 Cas général : niveaux quelconques

**Remarque 6** (Extension à d'autres niveaux). *Le raisonnement se généralise aux niveaux supérieurs. Pour tout  $k \geq 1$  :*

- *Le niveau  $\mathcal{G}_{-kn_\infty}$  porte une énergie fondamentale  $\mathcal{E}_{-kn_\infty}$ .*
- *Le rapport entre niveaux successifs est lié aux invariants strataux du Volume II.*

*L'hypothèse minimale pour ce document est que les niveaux pertinents pour la physique observable sont  $\mathcal{G}_{-n_\infty}$  (siège de  $h$ ) et son quotient avec  $\mathcal{G}_{-2n_\infty}$  (siège de  $\hbar$ ). Les niveaux supérieurs ( $k \geq 3$ ) sont laissés pour des extensions ultérieures.*

## 4 Identification numérique en unités SI

### 4.1 Le statut de la valeur numérique

La valeur expérimentale de la constante de Planck est :

$$h \approx 6,626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}.$$

Cette valeur dépend des unités SI utilisées (joule, seconde), elles-mêmes définies par des conventions historiques (révisées récemment par l'identification de constantes universelles).

**Principe 3** (Identification opérationnelle). *Le programme du grain ne dérive pas la valeur numérique  $h \approx 6,626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$  à partir d'invariants strataux purs. Il établit que :*

1.  *$h$  est structurellement l'énergie fondamentale d'un cycle intra-grain au niveau  $\mathcal{G}_{-n_\infty}$ .*
2. *Le rapport  $h/\hbar = 2\pi$  est une conséquence géométrique directe (circonférence de  $C_1$ ).*
3. *La valeur numérique en unités SI s'obtient par un coefficient de conversion entre la grandeur stratale fondamentale et les unités conventionnelles (joule, seconde).*

*Ce coefficient de conversion intègre les choix historiques des unités SI (définition du kilogramme, du mètre, de la seconde) et n'est pas intrinsèque au programme.*

**Remarque 7** (Pourquoi pas une dérivation absolue). *Une dérivation absolue de  $h \approx 6,626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$  à partir du programme exigerait :*

1. *Une identification de la longueur stratale de référence avec une valeur en mètres.*
2. *Une identification de la durée intra-grain de référence avec une valeur en secondes.*
3. *Une dérivation indépendante de l'énergie en joules.*

*Or les unités SI ont été définies historiquement par référence à des phénomènes physiques observables (durée d'un certain nombre d'oscillations atomiques pour la seconde, distance parcourue par la lumière en une fraction de seconde pour le mètre, etc.). Ces définitions sont elles-mêmes circulaires par rapport à  $h$  depuis la révision du SI en 2019, où  $h$  est fixé exactement à  $6,62607015 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ .*

*L'identification opérationnelle accepte cette circularité comme une caractéristique du système d'unités, et identifie la grandeur stratale fondamentale à  $h$  par définition.*

### 4.2 Conséquences observables

**Remarque 8** (Ce que la lecture stratale apporte malgré tout). *Même sans dérivation numérique absolue, la lecture stratale apporte plusieurs éléments substantiels :*

- *Une interprétation géométrique du facteur  $2\pi$  entre  $h$  et  $\hbar$  (circonférence de  $C_1$ ).*
- *Une fondation stratale pour les unités physiques fondamentales (espace = inter-grain, temps = intra-grain, vitesse limite =  $c$ ).*
- *Une cohérence interne entre les structures de la mécanique quantique (fonction d'onde, règle de Born, évolution unitaire) et celles du programme du grain.*

*Ces apports rendent la mécanique quantique géométriquement intelligible, même si la valeur numérique des constantes reste conventionnelle.*

## 5 Synthèse

- L'*espace* se mesure par les déplacements inter-grain, le *temps* par les cycles intra-grain. La *vitesse de la lumière*  $c$  est la vitesse spatiale maximale (un grain par cycle).
- La *constante de Planck*  $h$  s'identifie à l'énergie fondamentale d'un cycle intra-grain complet au niveau  $\mathcal{G}_{-n_\infty}$ . La relation  $E = h\nu$  exprime directement cette identification.
- La *constante réduite*  $\hbar = h/(2\pi)$  est l'énergie par radian, et le facteur  $2\pi$  est la *circonférence du cercle de référence*  $C_1$  — un invariant géométrique du programme, non une convention.
- L'*identification numérique* en unités SI est opérationnelle : elle accepte la convention historique des unités sans prétendre dériver  $6,626 \times 10^{-34}$  J·s du programme.
- Le *flot miroir*  $\bar{\Gamma}$ , image du flot universel par symétrie axiale et inversion d'orientation, est une extension naturelle du programme. Son interprétation comme antimatière est une conjecture exploratoire.

## Conclusion

Le programme du grain fournit une fondation géométrique aux constantes fondamentales  $h$  et  $\hbar$  via trois éléments structurels :

1. Une *identification stratale* de l'espace, du temps et de la vitesse.
2. Une *définition géométrique* de  $h$  comme énergie d'un cycle intra-grain.
3. Une *dérivation du facteur*  $2\pi$  entre  $h$  et  $\hbar$  comme circonférence du cercle de référence.

Le statut de la lecture est conceptuel et opérationnel : elle rend la mécanique quantique géométriquement intelligible, sans prétendre à une dérivation numérique absolue. Les valeurs des constantes en unités SI restent conventionnelles, mais leur *structure* et leurs *rappports* sont géométriquement déterminés.

La conjecture matière/antimatière comme flots duaux ouvre une piste qui prolonge naturellement le programme vers la physique des particules, mais qui demande des développements indépendants.

Les directions à approfondir incluent : l'articulation avec la relativité (espace-temps stratal), l'identification des autres constantes fondamentales ( $G$ ,  $\alpha$ , etc.), la dérivation des équations d'évolution depuis les déplacements stratals, et la formalisation de la dynamique du flot miroir.