

Combinatoire de l'épisode dépressif majeur

Dénombrement des profils de symptômes et entropie du diagnostic

Hugues Genvrin

Octobre 2026

Résumé

Le diagnostic d'épisode dépressif majeur repose, dans le DSM-IV comme dans le DSM-5, sur une règle de comptage : au moins cinq symptômes parmi neuf, dont l'humeur dépressive ou la perte d'intérêt. On dénombre exactement les profils de symptômes qui satisfont cette règle : il y en a 227. On généralise le calcul aux symptômes composés (« insomnie *ou* hypersomnie », etc.) au moyen d'un polynôme générateur, ce qui donne 10 377 profils. On montre que deux patients diagnostiqués partagent toujours au moins un critère, mais peuvent n'avoir aucun symptôme élémentaire en commun. On interprète enfin le diagnostic comme une partition des profils, au sens des infrastructures entropiques : son entropie inter-quotient — l'information que le diagnostic apporte sur le profil — ne dépasse pas un bit, tandis que son entropie intra-quotient — l'incertitude sur le profil qui subsiste dans la classe diagnostique — vaut environ huit bits. C'est une mesure précise de l'hétérogénéité de la catégorie.

Table des matières

1	Les critères du DSM	1
1.1	Le DSM-IV	1
1.2	La forme logique du diagnostic	2
1.3	Le passage au DSM-5	3
2	Dénombrement des profils	3
3	Les symptômes composés	4
3.1	Le modèle	4
3.2	Le polynôme générateur	4
4	Ce que deux patients ont en commun	5
5	L'entropie du diagnostic	5
5.1	Le diagnostic comme partition	5
5.2	Raffiner le diagnostic : le nombre de symptômes	6
5.3	Ce que montrent les données	7
5.4	Une relation polyvoque	7
6	Conclusion	7

1 Les critères du DSM

1.1 Le DSM-IV

Le *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders* (DSM), publié par l'American Psychiatric Association, définit l'épisode dépressif majeur par cinq critères, résumés au tableau 1.

TABLE 1 – Critères d'un épisode dépressif majeur (DSM-IV), sous forme abrégée.

Critère	Contenu
A	Au moins <i>cinq</i> des neuf symptômes suivants, présents pendant une même période de deux semaines et constituant un changement par rapport au fonctionnement antérieur ; au moins l'un d'eux est A1 ou A2.
A1	Humeur dépressive (irritabilité possible chez l'enfant et l'adolescent).
A2	Diminution marquée de l'intérêt ou du plaisir.
A3	Perte ou gain de poids significatif, ou diminution ou augmentation de l'appétit.
A4	Insomnie ou hypersomnie.
A5	Agitation ou ralentissement psychomoteur.
A6	Fatigue ou perte d'énergie.
A7	Sentiment de dévalorisation ou de culpabilité excessive ou inappropriée.
A8	Diminution de l'aptitude à penser ou à se concentrer, ou indécision.
A9	Pensées de mort récurrentes, idées suicidaires, tentative ou plan de suicide.
B	Les symptômes ne répondent pas aux critères d'un épisode mixte.
C	Les symptômes entraînent une souffrance cliniquement significative ou une altération du fonctionnement.
D	Les symptômes ne sont pas imputables aux effets d'une substance ou d'une affection médicale générale.
E	Les symptômes ne sont pas mieux expliqués par un deuil.

1.2 La forme logique du diagnostic

Chaque critère est une variable booléenne, vraie lorsqu'il est satisfait. Le diagnostic exige que les *cinq* critères soient satisfaits :

$$\text{EDM} = A \wedge B \wedge C \wedge D \wedge E.$$

Les critères n'ont pas tous le même rôle :

- A est le critère *d'inclusion* : c'est une règle de comptage sur les neuf symptômes ;
- C est une condition *nécessaire* de gravité : sans souffrance ou altération du fonctionnement, pas de diagnostic, quels que soient les symptômes ;
- B , D et E sont des critères *d'exclusion*, rédigés sous forme négative : ils sont satisfaits lorsque les symptômes ne relèvent pas d'une autre explication (épisode mixte, substance ou maladie, deuil).

Le critère A s'écrit lui-même, en notant $a_i \in \{0, 1\}$ la présence du symptôme A_i :

$$A \iff \left(\sum_{i=1}^9 a_i \geq 5 \right) \wedge (a_1 \vee a_2).$$

La présence de cinq symptômes est donc *nécessaire* mais non suffisante, même pour le seul critère A ; la présence de $A1$ ou de $A2$ l'est aussi.

Remarque. Les réponses aux critères B à E ne multiplient pas le nombre de profils diagnostiqués : parmi les $2^4 = 16$ combinaisons de réponses à ces quatre critères, une seule — toutes satisfaites — est compatible avec le diagnostic. Elles multiplient en revanche le nombre de questionnaires qui *ne* conduisent *pas* au diagnostic.

1.3 Le passage au DSM-5

Le DSM-5 (2013), puis sa révision de texte DSM-5-TR (2022), remplacent le DSM-IV. Le critère A y est *inchangé* : mêmes neuf symptômes, même seuil de cinq, même condition sur $A1$ ou $A2$. Les critères d'exclusion sont réorganisés : le critère « épisode mixte » disparaît au profit d'une spécification « avec caractéristiques mixtes », et l'exclusion du deuil est supprimée, remplacée par une note invitant le clinicien à juger. Tous les dénombrements qui suivent, qui ne portent que sur le critère A , valent donc pour les deux versions.

2 Dénombrement des profils

Définition 2.1. Un *profil* est un vecteur $a = (a_1, \dots, a_9) \in \{0, 1\}^9$, ou, de façon équivalente, la partie $S = \{i : a_i = 1\}$ de l'ensemble des neuf symptômes. Un profil est *qualifiant* s'il satisfait le critère A . On note $\mathcal{Q}$ l'ensemble des profils qualifiants.

Il y a $2^9 = 512$ profils en tout.

Théorème 2.2. *Il y a exactement*

$$\#\mathcal{Q} = 227$$

profils qualifiants.

Première démonstration : par cas sur $A1$ et $A2$. Notons $T_m = \sum_{j \geq m} \binom{7}{j}$ le nombre de façons de choisir au moins m symptômes parmi les sept symptômes $A3$ à $A9$.

- Si $A1$ et $A2$ sont tous deux présents, il faut au moins trois autres symptômes : $T_3 = 35 + 35 + 21 + 7 + 1 = 99$ profils.
- Si $A1$ est présent et $A2$ absent, il faut au moins quatre autres symptômes : $T_4 = 35 + 21 + 7 + 1 = 64$ profils.
- Si $A2$ est présent et $A1$ absent, de même : 64 profils.
- Si $A1$ et $A2$ sont absents, aucun profil n'est qualifiant.

Au total, $99 + 64 + 64 = 227$. □

Seconde démonstration : par complémentaire. Les profils comportant au moins cinq symptômes sont au nombre de

$$\sum_{k=5}^9 \binom{9}{k} = 126 + 84 + 36 + 9 + 1 = 256.$$

Parmi eux, ceux qui ne contiennent ni $A1$ ni $A2$ choisissent au moins cinq symptômes parmi $A3$ à $A9$: $\binom{7}{5} + \binom{7}{6} + \binom{7}{7} = 29$. Il reste $256 - 29 = 227$. □

Remarque. Comme $T_3 = \binom{7}{3} + T_4$, le total s'écrit aussi

$$227 = \binom{7}{3} + 3 \left[\binom{7}{4} + \binom{7}{5} + \binom{7}{6} + \binom{7}{7} \right] = 35 + 3 \times 64.$$

Le coefficient binomial $\binom{n}{k}$, « k parmi n », se note aussi C_n^k ; on prendra garde à l'ordre de n et de k .

Proposition 2.3. *Le nombre de profils qualifiants comportant exactement k symptômes est $\binom{9}{k} - \binom{7}{k}$.*

Démonstration. Parmi les $\binom{9}{k}$ profils à k symptômes, les $\binom{7}{k}$ qui évitent $A1$ et $A2$ sont exclus. □

Nombre de symptômes k	5	6	7	8	9	Total
Profils qualifiants	105	77	35	9	1	227

Près de la moitié des profils qualifiants (105 sur 227) sont *au seuil* : un symptôme de moins, et le diagnostic tombe. Le seuil de cinq est donc un paramètre décisif de la catégorie.

3 Les symptômes composés

Plusieurs critères réunissent sous un même numéro des symptômes cliniquement distincts, parfois opposés : l'insomnie et l'hypersomnie, la perte et le gain de poids, l'agitation et le ralentissement. Deux patients qui « présentent A4 » peuvent ainsi avoir des troubles du sommeil contraires.

3.1 Le modèle

Définition 3.1. On attribue à chaque symptôme A_i un *poids* w_i : le nombre de façons distinctes dont il peut être présent. Le nombre de profils *détaillés* correspondant à une partie S de symptômes est $\prod_{i \in S} w_i$.

On adopte la décomposition de Fried et Coomans, fondée sur le texte du DSM-5 :

Symptôme	Formes	Poids w_i
A1	humeur dépressive	1
A2	perte d'intérêt, perte de plaisir (cumulables)	3
A3	diminution ou augmentation du poids ou de l'appétit (exclusives)	2
A4	insomnie ou hypersomnie (exclusives)	2
A5	agitation ou ralentissement (exclusifs)	2
A6	fatigue	1
A7	dévalorisation, culpabilité (cumulables)	3
A8	difficulté à penser ou à se concentrer, indécision (cumulables)	3
A9	pensées de mort ou idées suicidaires	1

Deux formes cumulables donnent trois façons d'être présent (l'une, l'autre ou les deux) ; deux formes exclusives en donnent deux. Ce choix de modélisation est discutable — on pourrait par exemple détailler A9 — et la méthode qui suit s'applique à toute autre décomposition.

3.2 Le polynôme générateur

Théorème 3.2. *Soit*

$$P(x) = \prod_{i=3}^9 (1 + w_i x) = \sum_{j=0}^7 c_j x^j, \quad T_m = \sum_{j \geq m} c_j.$$

Le nombre de profils détaillés qualifiants est

$$N = w_1 w_2 T_3 + (w_1 + w_2) T_4.$$

Démonstration. Développer le produit revient à choisir, pour chaque symptôme A_i ($3 \leq i \leq 9$), soit son absence (terme 1), soit l'une de ses w_i formes (terme $w_i x$). Le coefficient c_j est donc le nombre de profils détaillés comportant exactement j symptômes parmi A3 à A9. On reprend ensuite les trois cas de la démonstration du théorème 2.2 : A1 et A2 présents, de $w_1 w_2$ façons, avec au moins trois autres symptômes ; A1 seul, de w_1 façons, ou A2 seul, de w_2 façons, avec au moins quatre autres symptômes. $\square$

Corollaire 3.3. 1. Avec tous les poids égaux à 1, $P(x) = (1+x)^7$, $T_3 = 99$, $T_4 = 64$ et $N = 99 + 2 \times 64 = 227$: on retrouve le théorème 2.2.

2. Avec les poids du tableau,

$$P(x) = (1+x)^2(1+2x)^3(1+3x)^2 = 1 + 14x + 82x^2 + 260x^3 + 481x^4 + 518x^5 + 300x^6 + 72x^7,$$

d'où $T_3 = 1631$, $T_4 = 1371$, et

$$N = 3 \times 1631 + 4 \times 1371 = 4893 + 5484 = 10377.$$

Ces deux nombres ont été obtenus aussi par énumération directe de tous les profils. Selon le nombre total k de critères présents, les 10377 profils détaillés se répartissent en 2704, 3515, 2754, 1188 et 216 pour $k = 5, \dots, 9$.

4 Ce que deux patients ont en commun

Proposition 4.1. 1. Deux profils qualifiants ont toujours au moins un critère en commun.

2. Cette borne est atteinte : par exemple $\{A1, A3, A4, A5, A6\}$ et $\{A2, A6, A7, A8, A9\}$ n'ont en commun que $A6$.

3. Parmi les $\binom{227}{2} = 25651$ paires de profils qualifiants distincts, 210 n'ont qu'un critère en commun.

Démonstration. 1. Deux parties de cardinal au moins 5 d'un ensemble à 9 éléments vérifient $\#(S \cap S') \geq \#S + \#S' - 9 \geq 1$. 2. Vérification directe. 3. Dénombrement exhaustif des paires. $\square$

Corollaire 4.2. Au niveau des symptômes détaillés, deux patients diagnostiqués peuvent n'avoir aucun symptôme en commun.

Démonstration. Le patient 1 présente l'humeur dépressive, une perte de poids, une insomnie, une agitation et la fatigue ; le patient 2 une perte d'intérêt, un gain de poids, une hypersomnie, un ralentissement et une dévalorisation. Ils partagent les critères A3, A4 et A5, mais sous des formes opposées, et aucun symptôme élémentaire. $\square$

C'est l'observation, devenue classique, selon laquelle deux personnes ayant le même diagnostic de dépression majeure peuvent ne partager aucun symptôme.

TABLE 2 – Distribution du nombre de critères communs entre deux profils qualifiants distincts.

Critères communs	1	2	3	4	5	6	7	8	Total
Paires	210	2625	8120	9135	4389	1022	141	9	25651

5 L'entropie du diagnostic

5.1 Le diagnostic comme partition

Le critère A définit une application

$$\delta : \{0, 1\}^9 \longrightarrow \{0, 1\}, \quad \delta(a) = 1 \iff a \in \mathcal{Q}.$$

Son noyau partage les 512 profils en deux classes : les 227 profils qualifiants et les 285 autres. L'application δ est très loin d'être injective : elle regroupe 227 profils différents sous une même étiquette. Dans le vocabulaire des infrastructures entropiques, les 227 profils qualifiants sont les *complexions* du complexe « épisode dépressif majeur ».

On rappelle la décomposition de l'entropie d'un ensemble fini E de n éléments, muni de la loi uniforme, selon une partition en classes de tailles n_y (en bits) :

- l'entropie inter-quotient $H_{\text{inter}} = \sum_y \frac{n_y}{n} \log_2 \frac{n}{n_y}$ est l'incertitude sur la classe d'un élément : ce que la connaissance de la classe apprend sur l'élément ;
- l'entropie intra-quotient $H_{\text{intra}} = \sum_y \frac{n_y}{n} \log_2 n_y$ est l'incertitude qui subsiste à l'intérieur de la classe, une fois celle-ci connue ;
- et $H_{\text{inter}} + H_{\text{intra}} = \log_2 n$, comme la variance totale se décompose en variance inter-classes et intra-classes.

Proposition 5.1. *Pour la partition des 512 profils par le diagnostic, sous la loi uniforme :*

Classe	Qualifiants	Non qualifiants	Moyenne pondérée
Taille n_y	227	285	
Probabilité $n_y/512$	0,443	0,557	
Inter : $\log_2(512/n_y)$	1,173	0,845	$H_{\text{inter}} \approx 0,991 \text{ bit}$
Intra : $\log_2 n_y$	7,827	8,155	$H_{\text{intra}} \approx 8,009 \text{ bits}$

La somme vaut $\log_2 512 = 9 \text{ bits}$.

Démonstration. Application directe des définitions avec deux classes de tailles 227 et 285 ; H_{inter} est l'entropie binaire $h(227/512)$. $\square$

Une partition en deux classes a une entropie inter-quotient d'au plus un bit : c'est tout ce qu'un diagnostic binaire peut dire du profil. Le reste, environ huit bits, est l'entropie intra-quotient : l'incertitude sur le profil qui subsiste une fois le diagnostic posé. Parmi les patients diagnostiqués, cette entropie intra-quotient vaut au plus

$$\log_2 227 \approx 7,83 \text{ bits}, \quad \text{et} \quad \log_2 285 \approx 8,15 \text{ bits}$$

au niveau des symptômes détaillés. Ces valeurs sont des *maximums*, atteints si tous les profils étaient également fréquents. Vue depuis l'application δ , l'entropie inter-quotient est l'information que le diagnostic *transmet* sur le patient, et l'entropie intra-quotient celle qu'il *efface*.

5.2 Raffiner le diagnostic : le nombre de symptômes

On peut affiner la partition en distinguant, dans chaque classe, le nombre k de symptômes présents. On obtient 13 classes : les profils qualifiants à $k = 5, \dots, 9$ symptômes (effectifs 105, 77, 35, 9, 1), et les profils non qualifiants à $k = 0, \dots, 4$ symptômes (effectifs 1, 9, 36, 84, 126, 21, 7, 1).

Proposition 5.2. *Pour cette partition raffinée, sous la loi uniforme,*

$$H_{\text{inter}} \approx 2,871 \text{ bits}, \quad H_{\text{intra}} \approx 6,129 \text{ bits}.$$

Restreinte aux 227 profils qualifiants, la partition par le nombre de symptômes a une entropie inter-quotient de 1,679 bit et une entropie intra-quotient de 6,148 bits, de somme $\log_2 227 \approx 7,827 \text{ bits}$.

Démonstration. Calcul direct à partir des effectifs, avec $n = 512$ puis $n = 227$. $\square$

Raffiner une partition fait passer de l'entropie de la part intra à la part inter, comme on transfère de la variance intra-classes en variance inter-classes en ajoutant un niveau à une analyse de variance. Ajouter au diagnostic un score de sévérité — le nombre de symptômes — fait gagner environ 1,9 bit d'information sur le profil. Il reste pourtant plus de six bits dans les classes : deux patients qui ont le même diagnostic *et* le même nombre de symptômes peuvent encore avoir des profils très différents.

5.3 Ce que montrent les données

La loi uniforme est une hypothèse de référence, pas une description des patients. La mesure pertinente est l'entropie intra-quotient *observée* : l'entropie de la loi empirique des profils parmi les patients diagnostiqués. L'étude STAR*D, analysée par Fried et Nesse (2015), en donne une idée : chez 3 703 patients déprimés, 12 symptômes mesurés par l'échelle QIDS ont produit 1 030 profils distincts ; le profil le plus fréquent ne concernait que 1,8 % des patients, et 501 profils n'étaient présentés que par un seul patient.

Proposition 5.3. *Soit p la loi empirique des profils, $p_{\max}$ la fréquence du profil le plus fréquent et m le nombre de profils observés. Alors*

$$-\log_2 p_{\max} \leq H(p) \leq \log_2 m.$$

Démonstration. $H(p) = \sum_k p_k \log_2(1/p_k) \geq \sum_k p_k \log_2(1/p_{\max})$, et l'entropie d'une loi à m valeurs est au plus $\log_2 m$. $\square$

Avec les chiffres de STAR*D, l'entropie intra-quotient observée vérifie $5,8 \leq H(p) \leq 10,0$ bits. Même dans une population réelle, où certains profils sont bien plus fréquents que d'autres, l'étiquette « dépression majeure » laisse donc dans l'ombre au moins six bits d'information sur la forme de la maladie : c'est l'ordre de grandeur de l'incertitude sur un tirage parmi soixante profils équiprobables.

5.4 Une relation polyvoque

La relation qui associe des symptômes à des diagnostics est *polyvoque*, au sens des relations de correspondance : un même diagnostic correspond à de nombreux profils, et un même symptôme — fatigue, troubles du sommeil, difficultés de concentration — appartient aux critères de plusieurs troubles, comme le trouble anxieux généralisé. Le passage du profil au diagnostic ne retient que l'entropie inter-quotient ; le passage inverse, du diagnostic aux symptômes, est indéterminé, à hauteur de l'entropie intra-quotient.

6 Conclusion

Le critère principal de l'épisode dépressif majeur admet exactement 227 profils de symptômes, et 10 377 lorsqu'on distingue les formes des symptômes composés ; près de la moitié des profils sont au seuil de cinq symptômes. Deux patients diagnostiqués partagent toujours au moins un critère, mais peuvent n'avoir aucun symptôme élémentaire en commun. Vu comme une partition des profils, le diagnostic a une entropie inter-quotient d'au plus un bit et une entropie intra-quotient d'environ huit bits ; lui adjoindre le nombre de symptômes fait passer près de deux bits de la part intra à la part inter, mais en laisse plus de six dans les classes. Les données de STAR*D montrent que l'hétérogénéité réelle, mesurée par l'entropie intra-quotient observée, reste de l'ordre de six à dix bits.

Ces résultats ne disent pas que le diagnostic est inutile : une étiquette commune peut guider le traitement si les profils qu'elle regroupe répondent de façon semblable. Ils invitent en revanche à compléter le diagnostic catégoriel par une analyse au niveau des symptômes, et à mesurer l'hétérogénéité des catégories — ce que l'entropie permet de faire de façon précise.

Références

- [1] American Psychiatric Association, *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders*, 4^e éd. (DSM-IV), 1994 ; texte révisé (DSM-IV-TR), 2000.

- [2] American Psychiatric Association, *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders*, 5^e éd. (DSM-5), 2013 ; texte révisé (DSM-5-TR), 2022.
- [3] S. D. Østergaard, S. O. W. Jensen, P. Bech, « The heterogeneity of the depressive syndrome : when numbers get serious », *Acta Psychiatrica Scandinavica* 124(6), 2011, p. 495–496.
- [4] E. I. Fried, R. M. Nesse, « Depression is not a consistent syndrome : an investigation of unique symptom patterns in the STAR*D study », *Journal of Affective Disorders* 172, 2015, p. 96–102.
- [5] F. Coomans, E. I. Fried, « 10,377 ways for major depression, but 341,737 ways for melancholia », note en ligne, <https://eiko-fried.com>, 2020.
- [6] T. M. Cover, J. A. Thomas, *Elements of Information Theory*, Wiley, 2^e éd., 2006.