Relations entre les grains de formes rondes et carrées.

Hugues GENVRIN

Janvier 2026

Soit la rectification du cercle à l'infini : C_∞. Nous avons montré qu'il était équivalent à une droite (P_1P_6) tangente en O à C_∞. Alors, par des rotations de $\frac{\pi}{2}$, π et $\frac{3\pi}{2}$, on construit trois autres droites à l'infini $(P_3P_8), (P_2P_5), (P_4P_7)$, comme il est indiqué sur la figure. On remarque que les points d'intersection

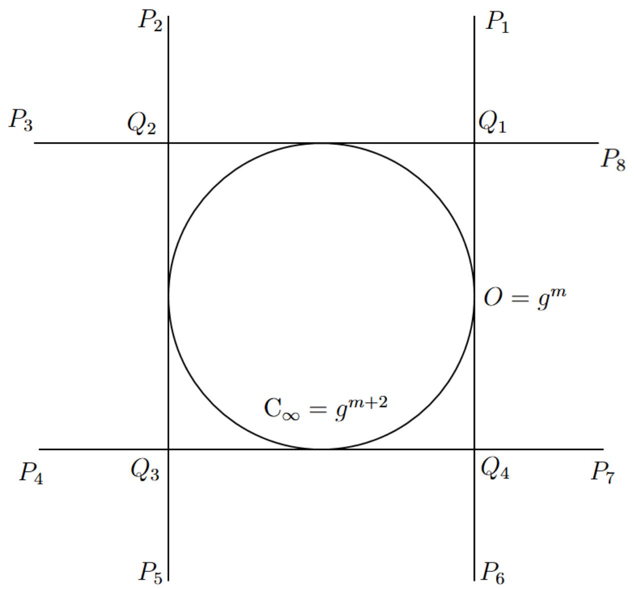

FIGURE 1 – Équivalence de grains de formes rondes et carrées.

des droites définissent un carré (Q_1, Q_2, Q_3, Q_4) à l'infini équivalent à C_∞. Prenons le cas d'un côté (Q_1Q_4). Sa mesure de longueur est de $k \times \overline{P_1P_6}$ où $(0 < k < 1)$. D'où $\overline{Q_1Q_4} = 2k2^{n_\infty} = 2^{n\infty}$ Tandis que le cercle à l'infini est de circonférence $\pi 2^{n_\infty} = 2^{n_\infty}$. Soit (Q_1Q_4) est la rectification de C_∞. Par un raisonnement analogue on construit les autres rectifications. On déduit

$4g_{\bigcirc}^{m+2} \equiv g_{\square}^{m+2}$. Étant donné que $\mathcal{P}_{\mathbb{R}^2}$ se réduit à $\mathcal{P}_{\mathbb{C}}$, et que donné que $\mathcal{P}_{\mathbb{R}^2}$ se réduit à $\mathcal{P}_{\mathbb{C}} = 0$, on déduit que $4g_{\circ}^{m} \equiv g_{\square}^{m}$.

On remarquera que pour le grain g^{m+1}, $g_{\bigcirc}^{m+1} \neq g_{\square}^{m+1}$.