

Instants et moments : le temps dans la théorie du grain

Hugues Genvrin

Octobre 2026

Résumé

Nous proposons de lire le temps à travers la théorie du grain. À une résolution donnée, le temps n'est pas fait d'instants, mais de *moments* : des grains de durée infinitésimale, qui se divisent en moments plus fins à la résolution suivante. Un *instant* véritable n'existe qu'après promotion, comme partie standard d'un moment ; il est au temps ce que le point est à la droite. Cette lecture, proche d'Aristote et de Whitehead, dissout le paradoxe de la flèche de Zénon : pendant chaque moment, la flèche se déplace, et sa vitesse est la promotion du rapport entre déplacement et durée. Nous examinons ensuite le lien avec la relativité restreinte. La dilatation du temps ne relève pas de la résolution, mais le temps propre est une stratification du temps coordonnée, de facteur $1/\gamma$, et le paradoxe des jumeaux de Langevin est un comptage homogène de moments, dans le prolongement de l'étude de la réflexivité. Enfin, une grille d'espace-temps privilégie un référentiel et brise l'invariance de Lorentz ; nous montrons que cette brisure est infinitésimale et disparaît à la promotion : au niveau cinématique, l'invariance de Lorentz est exacte pour les instants, non pour les moments.

1 Introduction

La physique classique décrit le temps par la droite réelle : un instant est un point, et une durée est un intervalle composé d'une infinité non dénombrable d'instants. Cette description a des adversaires anciens. Pour Aristote [5], le « maintenant » n'est pas une partie du temps, mais une limite, comme le point n'est pas une partie de la ligne ; le temps est fait de durées. Whitehead [6] soutenait qu'il n'y a pas de nature à un instant : tout processus physique demande une durée. Et le paradoxe de la flèche de Zénon exploite précisément l'idée d'un temps composé d'instants sans durée.

La théorie du grain [1] offre un cadre pour donner une forme précise à cette intuition. À la résolution $-N$, le temps est découpé en grains de durée infinitésimale ; la promotion $\tilde{\mathbb{R}}_{\text{fin}}/\mathfrak{m} = \mathbb{R}$ restitue le temps continu. Nous proposons la lecture suivante :

- à une résolution donnée, les grains de temps sont des *moments* ;
- à la résolution suivante, chaque moment se divise en deux moments plus fins ;
- les *instants* véritables n'existent qu'après promotion.

Nos résultats sont les suivants :

1. un instant est la partie standard commune des moments qui le contiennent ; il n'est pas un moment, et il n'a pas de durée (section 3) ;
2. le paradoxe de la flèche se dissout : pendant chaque moment, la flèche se déplace (section 4) ;
3. le temps propre est une stratification du temps coordonnée, et le paradoxe des jumeaux est un comptage homogène de moments (sections 5 et 6) ;
4. l'invariance de Lorentz est brisée au niveau des moments, mais seulement de façon infinitésimale, et elle est restaurée au niveau des instants (section 7).

2 Rappels

Soit n_∞ un hyperentier, $k \geq 1$, et $N = kn_\infty$. Pour un intervalle de temps $[0, T]$, T standard, on pose $\Delta = T 2^{-N}$, durée infinitésimale. La grille de temps de résolution $-N$ est formée des grains

$$\mu_m^N = [m\Delta, (m+1)\Delta[, \quad 0 \leq m < 2^N,$$

dont les extrémités $t_m = m\Delta$ sont les *jonctions*. La promotion est réalisée par la partie standard st ; deux hyperréels limités sont *infinitement proches*, ce que l'on note $a \simeq b$, si $a - b$ est infinitésimal. Nous utilisons le principe de transfert [1, 11].

Nous utiliserons aussi deux résultats antérieurs : le théorème de stratification fonctionnelle [1, th. 62], selon lequel une fonction dérivable f agit sur son axe d'arrivée comme un facteur de stratification local $|f'|$; et le fait que tout réel est la limite de ses segments dyadiques adjacents emboîtés, qui sont ses grains [3].

3 Instants et moments

Définition 1 (Moment). Un *moment* de résolution $-N$ est un grain de temps μ_m^N . Sa *durée* est $\Delta = T 2^{-N}$. Les jonctions t_m sont les *frontières* entre moments consécutifs.

Proposition 2 (Division des moments). À la résolution $-(N+1)$, le moment μ_m^N se divise en exactement deux moments, μ_{2m}^{N+1} et μ_{2m+1}^{N+1} , séparés par la frontière $(2m+1)\Delta/2$.

Démonstration. $\mu_m^N = [2m \frac{\Delta}{2}, (2m+2) \frac{\Delta}{2}[= \mu_{2m}^{N+1} \cup \mu_{2m+1}^{N+1}$. □

Proposition 3 (L'instant, partie standard d'un moment). Si N est illimité, les deux frontières d'un moment μ_m^N sont *infinitement proches*. On peut donc poser

$$\text{st}(\mu_m^N) := \text{st}(m\Delta) = \text{st}((m+1)\Delta),$$

et l'on obtient une application surjective des moments sur les instants standard de $[0, T]$. Deux moments ont le même instant si et seulement si leurs frontières sont *infinitement proches*.

Démonstration. Les deux frontières sont dans $[0, T]$, donc limitées, et diffèrent de Δ , infinitésimal. Pour tout instant standard $t \in [0, T[$, le moment qui contient t a des frontières à distance au plus Δ de t , donc sa partie standard est t ; pour $t = T$, on prend le dernier moment. □

Définition 4 (Instant). Un *instant* est un élément standard $t \in [0, T]$, c'est-à-dire la partie standard commune d'une famille de moments infinitement proches.

Corollaire 5 (Les instants sont les promotions de moments emboîtés). Pour tout instant $t \in [0, T[$, les moments qui contiennent t aux résolutions $-N, -(N+1), -(N+2), \dots$ sont emboîtés, leurs frontières sont des jonctions adjacentes, et chacun a pour partie standard t .

Démonstration. C'est le théorème des segments dyadiques adjacents emboîtés [3], appliqué à l'axe du temps et étendu par transfert aux résolutions illimitées, combiné à la proposition 3. □

Remarque 6 (Aristote). Le corollaire donne une forme précise à la thèse d'Aristote. Un instant n'est pas un moment : tout moment a une durée non nulle, et un instant, qui est promu, a une durée nulle, puisque $\text{st}(\Delta) = 0$. Le temps n'est pas composé d'instant : à chaque résolution, il est composé de moments, et une durée standard $[a, b]$ en contient environ $(b-a)/\Delta$, nombre hyperentier illimité. L'instant est au temps ce que le point est à la droite dans l'article sur les coupures [3] : la promotion d'une suite de grains emboîtés.

Remarque 7 (Frontières et instants). À chaque résolution, les frontières t_m ressemblent à des instants : ce sont des points. Mais ce sont des hyperrationnels, en général non standard, qui séparent deux moments ; ils n'appartiennent pas au temps physique observable. Seuls les instants promus sont des instants au sens de la physique classique.

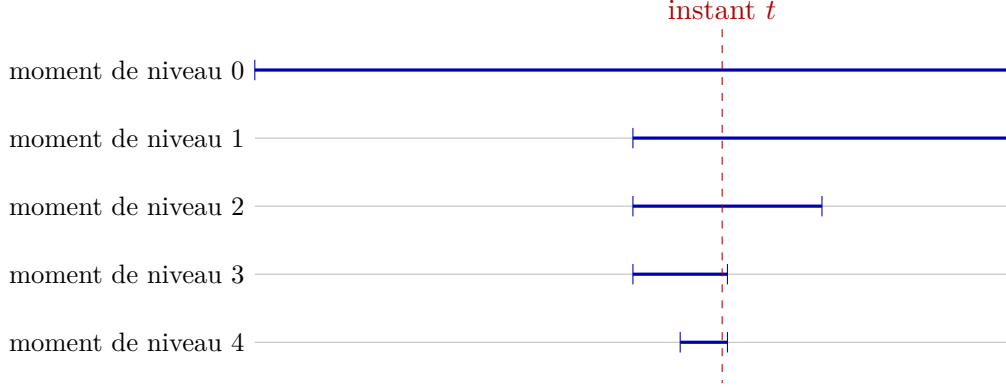


FIGURE 1 – Un instant et la tour des moments qui le contiennent. Chaque moment se divise en deux moments plus fins ; l’instant n’est aucun d’eux, mais la promotion commune de ceux de résolution illimitée.

4 Le paradoxe de la flèche

Le paradoxe de la flèche, rapporté par Aristote [5], s’énonce ainsi : à chaque instant, la flèche occupe un espace égal à elle-même, donc elle est au repos ; or le temps du vol est composé d’instants ; donc la flèche est toujours au repos.

La réponse classique, celle de Russell [7], est la « théorie at-at » : le mouvement n’est rien d’autre que le fait d’être en des lieux différents à des instants différents, et il n’y a pas de sens à parler de mouvement *à* un instant. La vitesse instantanée est une limite.

La lecture en moments en propose une autre. Soit $x(t)$ la position standard de la flèche, de classe C^1 , et $v = x'$ sa vitesse.

Proposition 8 (La flèche se déplace pendant chaque moment). *Soit N illimité et μ_m^N un moment dont l’instant $t = \text{st}(\mu_m^N)$ vérifie $v(t) \neq 0$. Alors le déplacement pendant ce moment,*

$$\delta x_m = x(t_{m+1}) - x(t_m),$$

est non nul, et

$$\text{st}\left(\frac{\delta x_m}{\Delta}\right) = v(t).$$

Démonstration. Par le théorème des accroissements finis (transféré), il existe ξ entre t_m et t_{m+1} tel que $\delta x_m = v(\xi) \Delta$. Comme $\xi \simeq t$ et v est continue en t , $v(\xi) \simeq v(t) \neq 0$, donc $v(\xi) \neq 0$ et $\delta x_m \neq 0$. Enfin $\text{st}(\delta x_m / \Delta) = \text{st}(v(\xi)) = v(t)$. $\square$

Dans la lecture en moments, la prémisse de Zénon tombe : le temps du vol n’est pas composé d’instants, mais de moments, et *pendant chaque moment, la flèche se déplace*. Le mouvement existe à chaque résolution ; ce qui n’existe qu’après promotion, c’est la position *à* un instant. La vitesse instantanée n’est pas la limite d’un processus sans fin, mais la partie standard d’un rapport calculé sur un seul moment, comme dans l’article sur la chute libre [4].

Remarque 9. Les deux réponses ne s'opposent pas : celle de Russell décrit le temps promu, celle des moments décrit les grilles. La théorie du grain permet de dire à la fois que le mouvement est réel à chaque résolution et que, au niveau des instants, il se réduit à une correspondance entre instants et positions.

5 Le temps propre comme stratification

En relativité restreinte [8], on note c la vitesse de la lumière. Une horloge qui se déplace à la vitesse $v(t)$, $|v| < c$, dans un référentiel inertiel S mesure le *temps propre*

$$\tau(t) = \int_0^t \frac{ds}{\gamma(s)}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \geq 1.$$

Remarque 10 (Ce que la dilatation n'est pas). La dilatation du temps relie les temps propres d'horloges en mouvement relatif. Elle ne dépend pas de la résolution : découper le temps en moments ne la produit pas et ne l'explique pas. Réciproquement, elle ne prouve pas que le temps soit granulaire. Le lien avec le grain est ailleurs : il porte sur la façon dont les moments d'un observateur se lisent dans les moments d'un autre.

Proposition 11 (Stratification par $1/\gamma$). *Découpons le temps coordonnée de S en moments de durée Δ . Pendant le moment μ_m^N , l'horloge mobile mesure la durée propre*

$$\delta\tau_m = \tau(t_{m+1}) - \tau(t_m), \quad \text{st}\left(\frac{\delta\tau_m}{\Delta}\right) = \frac{1}{\gamma(t)}, \quad t = \text{st}(\mu_m^N).$$

Si la vitesse est constante, $\delta\tau_m = \Delta/\gamma$ exactement.

Démonstration. C'est la proposition 8 appliquée à la fonction τ , dont la dérivée $1/\gamma$ est continue et non nulle. $\square$

C'est le théorème de stratification fonctionnelle, avec le facteur $d\tau/dt = 1/\gamma$. La situation est celle de la chute libre [4], où la vitesse épaississait les grains d'espace ; ici, le mouvement *amincit* les moments propres. Inversement, un moment propre de durée Δ de l'horloge mobile couvre, dans S , environ $\gamma\Delta$ de temps coordonnée : *ce qui se dilate, ce sont les moments.*

6 Les jumeaux de Langevin : un comptage homogène

Deux jumeaux se séparent à l'instant 0 et se retrouvent à l'instant T du référentiel S [9]. Le sédentaire reste au repos dans S ; le voyageur suit une trajectoire de vitesse $v(t)$ continue, non identiquement nulle.

Proposition 12 (Même nombre de moments, épaisseurs différentes). *Pendant le voyage, les deux jumeaux traversent les mêmes 2^N moments du temps coordonnée. Mais si l'on compte leurs durées propres en moments de même durée Δ (comptage homogène), on trouve*

$$N_{\text{séd}} = 2^N, \quad N_{\text{voy}} = \left\lfloor \frac{\tau(T)}{\Delta} \right\rfloor, \quad \text{st}\left(\frac{N_{\text{voy}}}{N_{\text{séd}}}\right) = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{dt}{\gamma(t)} < 1.$$

L'écart $N_{\text{séd}} - N_{\text{voy}}$ est un hyperentier illimité.

Démonstration. Le temps propre du sédentaire est $T = 2^N \Delta$. Celui du voyageur est $\tau(T) = \int_0^T dt/\gamma < T$, car $1/\gamma \leq 1$, avec inégalité stricte sur un intervalle où $v \neq 0$. Le rapport des comptages a pour partie standard $\tau(T)/T$. Enfin $N_{\text{séd}} - N_{\text{voy}} \geq (T - \tau(T))/\Delta$, où $T - \tau(T) > 0$ est standard et Δ infinitésimal. $\square$

Exemple 13. Pour un aller-retour à vitesse constante v , en négligeant les phases d'accélération, $\tau(T) = T/\gamma$. Pour $v = 0,8c$, $\gamma = 5/3$, et le voyageur compte $3/5$ des moments du sédentaire.

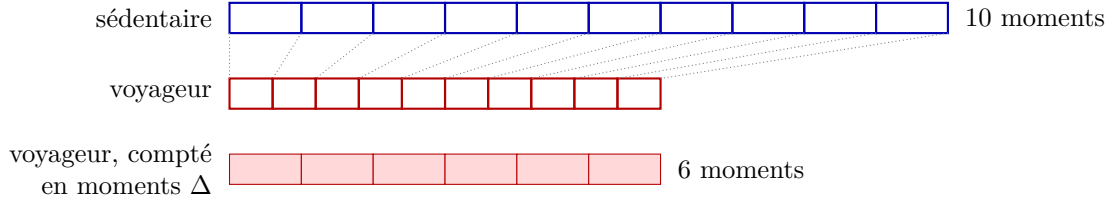


FIGURE 2 – Les jumeaux ($v = 0,8c$, $\gamma = 5/3$, avec 10 moments pour l'illustration). Les deux traversent les mêmes moments du temps coordonnée, mais les moments propres du voyageur sont plus minces, d'épaisseur Δ/γ . Compté en moments de durée Δ , le voyageur n'en a vécu que 6.

Remarque 14 (Lien avec la réflexivité). C'est exactement la situation de l'article sur la réflexivité [2] : même nombre de grains, épaisseurs différentes, et c'est le comptage homogène qui révèle la différence. Le facteur jacobien a y devient $1/\gamma$. Le grain ne donne pas une explication nouvelle du paradoxe des jumeaux, dont l'asymétrie tient, comme en relativité ordinaire, au changement de référentiel inertiel du voyageur ; il en donne une lecture en termes de comptage.

7 L'invariance de Lorentz

Dans cette section, on prend $c = 1$ et l'on travaille en dimension $1 + 1$.

7.1 Une grille privilégie un référentiel

Dans le référentiel S , découpons l'espace-temps en grains carrés : les jonctions sont les événements $P_{m,n} = (m\Delta, n\Delta)$, m, n hyperentiers relatifs. Une transformation de Lorentz de vitesse β , $|\beta| < 1$, s'écrit

$$\Lambda_\beta(t, x) = (\gamma(t - \beta x), \gamma(x - \beta t)), \quad \gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}.$$

Proposition 15 (Grilles non alignées). *Soit β standard non nul. L'image par Λ_β de la grille de S est un réseau en losanges, et non la grille carrée de pas Δ de S' . Si de plus β est irrationnel, la ligne d'univers de l'origine de S' ne passe par aucune jonction de S en dehors de l'origine : une horloge au repos dans S' ne rencontre aucune jonction de S .*

Démonstration. Les images des vecteurs de base $(\Delta, 0)$ et $(0, \Delta)$ sont $\gamma\Delta(1, -\beta)$ et $\gamma\Delta(-\beta, 1)$, qui ne sont pas orthogonaux au sens euclidien dès que $\beta \neq 0$. La ligne d'univers de l'origine de S' est $x = \beta t$; le point $P_{m,n}$ y appartient si et seulement si $n = \beta m$. Pour β standard irrationnel, l'énoncé « pour tous entiers $m \neq 0$ et n , $n \neq \beta m$ » est vrai, et il reste vrai pour les hyperentiers par transfert. $\square$

C'est la même situation que les grilles incommensurables de l'article sur la réflexivité [2], où un facteur irrationnel empêchait les grains de s'emboîter. Une grille d'espace-temps n'est donc pas invariante de Lorentz : elle privilégie le référentiel S . C'est la difficulté classique de toutes les approches discrètes de l'espace-temps ; la théorie des ensembles causaux [10] la contourne en remplaçant les grilles régulières par des répartitions aléatoires de points.

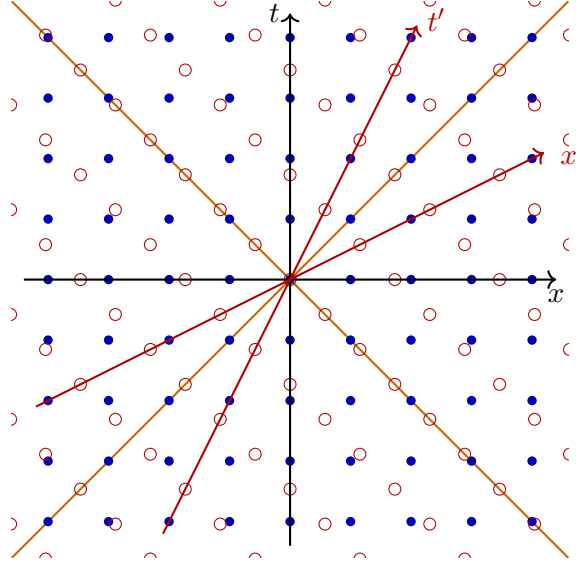


FIGURE 3 – Grille de S (points pleins) et grille de S' vue dans S (cercles), pour $\beta = 0,5$. La grille de S' est un réseau en losanges, d'axes inclinés vers le cône de lumière (en orange). Les deux grilles ne coïncident pas : une grille privilégie un référentiel.

7.2 Une brisure infinitésimale, restaurée à la promotion

Théorème 16 (Invariance de Lorentz au niveau des instants). *Soit β standard, $|\beta| < 1$.*

1. *Pour toute jonction P de la grille de S à coordonnées limitées,*

$$\text{st}(\Lambda_\beta P) = \Lambda_\beta(\text{st } P).$$

2. *Les grilles de S et de S' , restreintes à leurs jonctions à coordonnées limitées, ont la même promotion : le plan $\mathbb{R}^2$ tout entier.*
3. *Pour tout événement standard E , si P est la jonction de S la plus proche de E , alors $\Lambda_\beta P \simeq \Lambda_\beta E$: l'écart dû à la grille est infinitésimal.*

Démonstration. 1. Λ_β est linéaire à coefficients standard. Si P est limité, $P = \text{st } P + \iota$ avec ι infinitésimal, et $\Lambda_\beta P = \Lambda_\beta(\text{st } P) + \Lambda_\beta \iota$, où $\Lambda_\beta \iota$ est infinitésimal. 2. Par la proposition 3 appliquée à chaque coordonnée, tout événement standard est la partie standard d'une jonction de S , et de même pour S' . 3. On a $|P - E| \leq \sqrt{2} \Delta$, et Λ_β multiplie les longueurs euclidiennes par un facteur borné standard. $\square$

Ainsi, au niveau des moments, les référentiels ne sont pas équivalents : leurs grilles diffèrent, et peuvent même ne partager aucune jonction le long d'une ligne d'univers. Au niveau des instants, après promotion, toute différence disparaît, et le groupe de Lorentz agit exactement sur $\mathbb{R}^2$. On retrouve le schéma général de nos travaux : ce qui dépend de la grille, ici le choix d'un référentiel, est effacé par la promotion.

Remarque 17 (Portée du résultat). Le théorème 16 est un énoncé *cinématique* : il porte sur les événements et leurs coordonnées. Une loi physique écrite sur la grille, par exemple une équation d'onde discrétisée, comporte en général des termes qui violent l'invariance de Lorentz ; ces termes sont infinitésimaux, mais montrer qu'ils disparaissent à la promotion pour la *dynamique* demande une étude au cas par cas. C'est une question ouverte naturelle.

8 Conclusion

La lecture du temps par le grain distingue deux niveaux :

- le niveau des *moments*, où le temps est fait de durées infinitésimales, qui se divisent à chaque résolution ;
- le niveau des *instants*, obtenus par promotion, qui n'ont pas de durée et ne sont pas des parties du temps.

Elle apporte les résultats suivants.

1. Un instant est la promotion commune des moments qui le contiennent (prop. 3 et cor. 5), ce qui donne une forme précise à la thèse d'Aristote.
2. Le paradoxe de la flèche se dissout : pendant chaque moment, la flèche se déplace, et la vitesse est la promotion d'un rapport calculé sur un seul moment (prop. 8).
3. Le temps propre est une stratification du temps coordonnée de facteur $1/\gamma$: ce qui se dilate, ce sont les moments (prop. 11). Le paradoxe des jumeaux est un comptage homogène de moments (prop. 12).
4. Une grille d'espace-temps brise l'invariance de Lorentz, mais de façon infinitésimale ; au niveau cinématique, l'invariance est exacte pour les instants (th. 16).

La dilatation relativiste ne prouve pas que le temps soit granulaire, et le grain n'explique pas la dilatation. Mais les deux s'accordent : les moments se dilatent d'un référentiel à l'autre, tandis que les instants, promus, se transforment exactement par le groupe de Lorentz.

Références

- [1] H. Genvrin, *Théorie du grain*, manuscrit, 2026.
- [2] H. Genvrin, *Le paradoxe de la réflexivité dans la théorie du grain*, manuscrit, 2026.
- [3] H. Genvrin, *Théorie des coupures et théorie du grain*, manuscrit, 2026.
- [4] H. Genvrin, *La chute libre : une interprétation physique de la théorie du grain*, manuscrit, 2026.
- [5] Aristote, *Physique*, livres IV et VI.
- [6] A. N. Whitehead, *Nature and Life*, Cambridge University Press, 1934.
- [7] B. Russell, *The Principles of Mathematics*, Cambridge University Press, 1903, chapitre LIV.
- [8] A. Einstein, « Zur Elektrodynamik bewegter Körper », *Annalen der Physik* 17 (1905), 891–921.
- [9] P. Langevin, « L'évolution de l'espace et du temps », *Scientia* 10 (1911), 31–54.
- [10] L. Bombelli, J. Lee, D. Meyer, R. D. Sorkin, « Space-time as a causal set », *Physical Review Letters* 59 (1987), 521–524.
- [11] A. Robinson, *Non-standard Analysis*, North-Holland, 1966.