

# Le zéro cosmologique

Niveaux d'observation centrés, feuillet épais et zéro pondéré

Hugues Genvrin

Octobre 2026

## Résumé

Nous étendons la notion de niveau d'observation aux boules centrées de l'espace d'encapsulation  $B^4$ , feuilleté en boules  $B^3$ . Une boule prise pour niveau d'observation devient un grain sphérique plein ponctuel. Nous montrons que la différence de deux boules emboîtées de dimension 4 est une coquille, et non une boule  $B^3$ , mais qu'un feuillet ajouté à l'empilement, d'épaisseur un grain, se lit comme un  $B^3$  au niveau où ce grain est ponctuel. Le point central de la note est le *zéro pondéré* : un grain ponctuel de volume infinitésimal portant un contenu fini a une densité illimitée, et la mesure qu'il porte a pour promotion un atome de Dirac. C'est la forme précise de l'énoncé « le zéro n'est pas neutre, il est pondéré par la densité de son grain », et c'est, en cosmologie, l'image d'une singularité initiale de masse finie. Nous montrons enfin que ce qu'observe un cosmologue est son cône de lumière passé, homéomorphe à une boule  $B^3$  centrée sur lui mais distinct d'un feuillet, et qu'un changement de niveau d'observation conserve la courbure réduite  $K R^2$  : il change la taille, non la forme.

## Table des matières

|          |                                                                       |          |
|----------|-----------------------------------------------------------------------|----------|
| <b>1</b> | <b>Introduction</b>                                                   | <b>1</b> |
| <b>2</b> | <b>Le cadre : boules feuilletées et niveaux d'observation centrés</b> | <b>2</b> |
| <b>3</b> | <b>Le feuillet épais</b>                                              | <b>2</b> |
| <b>4</b> | <b>Le zéro pondéré</b>                                                | <b>3</b> |
| <b>5</b> | <b>Ce qu'observe un cosmologue</b>                                    | <b>4</b> |
| <b>6</b> | <b>Ce que le changement de niveau conserve : la forme</b>             | <b>4</b> |
| <b>7</b> | <b>Synthèse</b>                                                       | <b>5</b> |

## 1 Introduction

Deux notes précédentes, les *Conjectures cosmologiques* [1] et *Un cosmos en rotation ?* [2], décrivent un espace d'encapsulation  $B^4$ , partitionné en feuillets  $B^3$ , dont l'expansion vient de la dilatation du grain. Le *Niveau d'observation* [3] montre qu'un même objet est ponctuel, limité ou à l'infini selon le grain pris pour unité. La présente note applique cette notion aux boules de l'espace d'encapsulation et en tire une notion de *zéro cosmologique*.

**Statut.** Les propositions des sections 2 à 6 sont démontrées dans le cadre géométrique indiqué. Les lectures cosmologiques sont des remarques ou des conjectures. Comme dans les notes précédentes, la coordonnée  $\varphi$  du feuilletage est euclidienne ; la signature lorentzienne de l'espace-temps reste une question ouverte.

## 2 Le cadre : boules feuilletées et niveaux d'observation centrés

**Définition 1** (Espace feuilleté et restriction). Soit  $r : [0, \Phi] \rightarrow \mathbb{R}_+$  une fonction continue. L'espace d'encapsulation est

$$B^4 = \{ (\vec{x}, \varphi) : 0 \leq \varphi \leq \Phi, |\vec{x}| \leq r(\varphi) \},$$

réunion des feuillets  $B^3(\varphi) = \{ \vec{x} : |\vec{x}| \leq r(\varphi) \}$ . Pour  $\varphi_0 \leq \Phi$ , la *restriction*  $B_{\varphi_0}^4$  (notée  $B^4$  dans le texte original) est la partie  $\varphi \leq \varphi_0$ . Toutes ces boules sont centrées en  $O$ , sur l'axe  $\vec{x} = \vec{0}$ .

*Remarque 2* (Sur le mot « dense »). L'empilement des feuillets ne remplit  $B_{\varphi_0}^4$  à un grain près que si les valeurs de  $\varphi$  forment une famille arithmétique, de pas  $\delta_\varphi$  (un grain de la direction  $\varphi$ ). Une famille géométrique laisserait des vides croissants [2]. C'est en ce sens que  $B_{\varphi_0}^4$  est « dense », c'est-à-dire densifiée par les  $B^3$ .

**Définition 3** (Niveau d'observation centré). Une représentation est *au niveau d'observation centré*  $X$ , où  $X$  est une boule centrée en  $O$ , si  $X$  est l'unité élémentaire : toute partie contenue dans une copie de  $X$  est *ponctuelle*. On dit alors que  $X$  est un *grain sphérique plein ponctuel*.

**Proposition 4** (Tout devient ponctuel, ou fini). 1. *Au niveau d'observation  $B^3$ , la boule  $B^3$  est ponctuelle ; au niveau d'observation  $B_{\varphi_0}^4$ , la boule  $B_{\varphi_0}^4$  est ponctuelle.*  
2. *Pour toute boule centrée  $Y$  de rayon  $R_Y$  et tout niveau d'observation centré  $X$  de rayon  $R_X$ ,  $Y$  compte  $(R_Y/R_X)^d$  grains de volume en dimension  $d$  ; par une homothétie de rapport  $R_X/R_Y$ , elle devient une boule de rayon  $R_X$ .*

*Démonstration.* Point 1 : définition. Point 2 : le volume d'une boule de dimension  $d$  est proportionnel à  $R^d$ , et une homothétie de rapport  $\lambda$  multiplie les rayons par  $\lambda$ .  $\square$

## 3 Le feuillet épais

**Proposition 5** (Deux boules de dimension 4 diffèrent d'une coquille). *Si  $B$  et  $B'$  sont deux boules euclidiennes de dimension 4, centrées en  $O$ , de rayons  $\rho < \rho'$ , alors  $B' \setminus B$  est homéomorphe à  $S^3 \times ]\rho, \rho']$  : c'est une coquille de dimension 4, et non une boule  $B^3$ .*

*Démonstration.* L'application  $z \mapsto (z/|z|, |z|)$  est un homéomorphisme de  $B' \setminus B$  sur  $S^3 \times ]\rho, \rho']$ .  $\square$

La différence de deux boules emboîtées ne peut donc pas être  $B^3$ . Le feuilletage fournit en revanche la bonne construction.

**Proposition 6** (Le feuillet épais). *Soit  $\delta_\varphi$  un grain de la direction  $\varphi$ . Alors*

$$B_{\varphi_0 + \delta_\varphi}^4 \setminus B_{\varphi_0}^4 = \{ (\vec{x}, \varphi) : \varphi_0 < \varphi \leq \varphi_0 + \delta_\varphi, |\vec{x}| \leq r(\varphi) \},$$

*un feuillet épais, homéomorphe à  $B^3 \times ]\varphi_0, \varphi_0 + \delta_\varphi]$ . Au niveau d'observation où  $\delta_\varphi$  est ponctuel, il se lit comme le feuillet  $B^3(\varphi_0)$ , à un grain près.*

*Démonstration.* L'égalité est la définition des restrictions. Sur  $[\varphi_0, \varphi_0 + \delta_\varphi]$ ,  $r$  est continue et ne s'annule pas (si  $r(\varphi_0) > 0$ ) ; l'application  $(\vec{x}, \varphi) \mapsto (\vec{x}/r(\varphi), \varphi)$  est un homéomorphisme sur  $B^3 \times ]\varphi_0, \varphi_0 + \delta_\varphi]$ . Si  $\delta_\varphi$  est ponctuel, la seconde composante l'est aussi.  $\square$

*Remarque 7* (Un feuillet de plus, ou une homothétie). Ajouter un feuillet est un cran de résolution dans la direction  $\varphi$ . Passer à « l'homothétique hyperfini » d'un grain sphérique est un changement de strate entier, de rapport  $2^{n_\infty}$ . Ce sont deux mécanismes distincts : le premier fait croître l'empilement d'une couche, le second change l'unité.

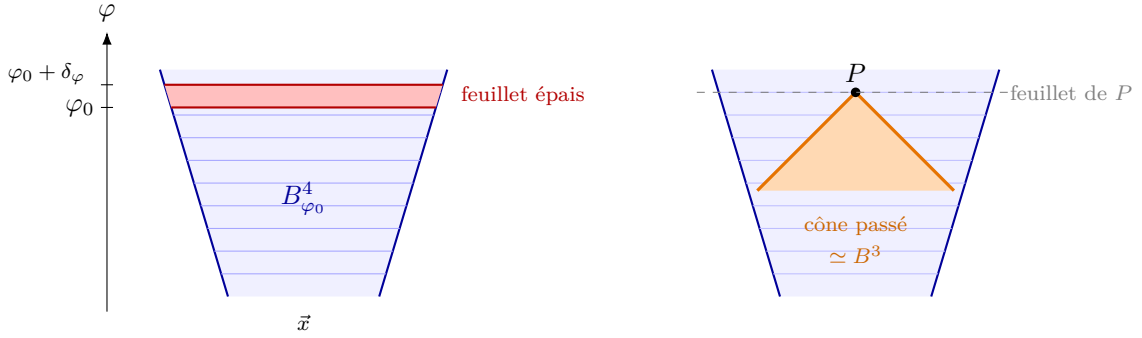


FIGURE 1 – À gauche : l'empilement des feuillets  $B^3(\varphi)$  forme  $B^4_{\varphi_0}$  ; ajouter un grain  $\delta_\varphi$  ajoute un feuillet épais. À droite : ce qu'observe un cosmologue en  $P$  n'est pas son feuillet (pointillé), mais son cône de lumière passé, qui traverse les feuillets et est homéomorphe à une boule  $B^3$  (coupe à une dimension d'espace ; rapports symboliques).

## 4 Le zéro pondéré

**Définition 8** (Zéro pondéré). Soit  $G$  un grain ponctuel, de volume  $V$  infinitésimal et de diamètre infinitésimal, contenant le point  $O$ , et portant un contenu  $M$  (une masse, une énergie) limité et non infinitésimal. La *densité* de  $G$  est  $\rho = M/V$ , et la mesure qu'il porte est  $\mu = \rho \lambda|_G$ , où  $\lambda$  est le volume. On dit que  $G$  est un *zéro pondéré* de poids  $M$ .

**Théorème 9** (Un zéro pondéré est un atome de Dirac). *1. La densité  $\rho$  est illimitée, mais  $\rho V = M$  est limitée.*

*2. Pour toute fonction test  $f$  standard et continue,*

$$\int_G f d\mu \simeq M f(O).$$

*La promotion de  $\mu$  est la mesure de Dirac  $M \delta_O$ .*

*Démonstration.* Point 1 :  $M$  est non infinitésimal et  $V$  infinitésimal, donc  $M/V$  est illimité. Point 2 :  $G$  est de diamètre infinitésimal et contient  $O$ , donc il est contenu dans le halo de  $O$  ;  $f$  étant standard et continue,  $\sup_G |f - f(O)| \simeq 0$ . D'où  $|\int_G f d\mu - M f(O)| \leq M \sup_G |f - f(O)| \simeq 0$ , puisque  $M$  est limité.  $\square$

C'est la forme précise de l'énoncé « le zéro n'est pas neutre, il est pondéré par la densité de son grain ». Le zéro géométrique (un point) porte un poids fini ; la densité est illimitée, mais c'est le produit densité  $\times$  volume qui compte. Dans *Une théorie de la mesure du grain* [4], la densité  $\rho$  est la dérivée de Radon–Nikodym de  $\mu$  par rapport au volume, et la promotion des mesures passe par le théorème de Riesz : le théorème 9 en est un cas particulier.

*Remarque 10* (Trois zéros). Le zéro pondéré se distingue des trois zéros de la théorie de la mesure [4] : ce n'est pas un zéro de *mesure* (son poids  $M$  est non nul), mais un zéro de *support* (son support est ponctuel). Il est l'inverse du zéro orienté de *Plan complexe et grain nul* [5], dont la somme est nulle mais dont les branches ne sont pas ponctuelles.

**Conjecture 11** (Le zéro cosmologique). Au niveau d'observation centré  $B_\varphi^4$ , l'univers entier est un grain sphérique plein ponctuel. Son contenu  $M$  étant fini, c'est un zéro pondéré : une singularité initiale de poids  $M$ . Le zéro cosmologique serait l'atome de Dirac  $M\delta_O$ , et l'expansion le passage, par changement de niveau d'observation, de ce point pondéré à une boule de densité finie.

*Remarque 12* (Rapport avec la cosmologie standard). Dans un univers fermé dominé par la matière, le volume spatial tend vers 0 quand le facteur d'échelle tend vers 0, la masse totale reste constante, et la densité diverge comme l'inverse du volume : c'est la situation du théorème 9. Deux réserves s'imposent toutefois. En relativité générale, la singularité initiale n'est pas un point de l'espace-temps, mais une limite où la géométrie cesse d'être définie. Et pour le rayonnement, la densité d'énergie croît plus vite que l'inverse du volume, si bien que l'énergie totale n'y est pas conservée. La conjecture 11 vaut donc pour un contenu dont le poids  $M$  est conservé.

## 5 Ce qu'observe un cosmologue

Un cosmologue n'observe pas un feuillet : la lumière des objets lointains a été émise plus tôt. Il observe son *cône de lumière passé*.

**Proposition 13** (Le cône passé est une boule  $B^3$ ). *Prenons, pour fixer les idées, une vitesse de la lumière égale à 1 dans les coordonnées  $(\vec{x}, \varphi)$ . Le cône passé de l'observateur  $P = (\vec{x}_0, \varphi_1)$ ,*

$$\mathcal{C}_P = \{(\vec{x}, \varphi) : 0 \leq \varphi \leq \varphi_1, |\vec{x} - \vec{x}_0| = \varphi_1 - \varphi\},$$

*supposé contenu dans  $B^4$ , est homéomorphe à la boule fermée de dimension 3 et de rayon  $\varphi_1$ , centrée sur l'observateur.*

*Démonstration.* La projection  $(\vec{x}, \varphi) \mapsto \vec{x} - \vec{x}_0$  est continue et bijective de  $\mathcal{C}_P$  sur la boule  $\{|\vec{y}| \leq \varphi_1\}$  ; son inverse  $\vec{y} \mapsto (\vec{x}_0 + \vec{y}, \varphi_1 - |\vec{y}|)$  est continue.  $\square$

*Remarque 14* (Une  $B^3$  observée, mais pas un feuillet). Le cône passé est bien une boule  $B^3$ , ce qui justifie l'énoncé « le cosmologue observe une boule  $B^3$  » ; mais il traverse tous les feuillets antérieurs, et il est centré sur l'observateur, non sur  $O$ . C'est l'expansion autocentrée d'*Un cosmos en rotation ?* [2] : chaque observateur est au centre de sa propre boule observée. Dans un espace-temps de Friedmann–Lemaître, la forme du cône change (sa pente suit le facteur d'échelle), mais il reste un cône sur  $S^2$ , donc homéomorphe à  $B^3$ .

## 6 Ce que le changement de niveau conserve : la forme

Le texte original affirme que la boule déformée par la relativité générale est « équivalente à une boule sphérique finie par changement du niveau d'observation ». C'est vrai pour la taille, non pour la forme.

**Proposition 15** (Invariance de la courbure réduite). *Une homothétie de rapport  $\lambda$  multiplie les longueurs par  $\lambda$  et les courbures (sectionnelles) par  $\lambda^{-2}$ . Pour une région de taille  $R$  et de courbure  $K$ , la courbure réduite  $K R^2$  est invariante.*

*Démonstration.* La métrique est multipliée par  $\lambda^2$  ; la courbure sectionnelle d'une métrique  $\lambda^2 g$  vaut  $\lambda^{-2}$  fois celle de  $g$ . Pour une sphère de rayon  $R$ ,  $K = 1/R^2$  et  $KR^2 = 1$  à toute échelle.  $\square$

**Corollaire 16** (Le niveau d'observation ne redresse pas l'espace). *Un changement de niveau d'observation centré ramène toute boule à une taille finie (proposition 4), mais une boule déformée par la relativité générale reste déformée dans la même proportion : sa courbure réduite ne change pas. La déformation est une propriété de forme, invariante d'échelle ; c'est elle que mesurent les paramètres de courbure sans dimension de la cosmologie.*

## 7 Synthèse

**Ce qui est établi.**

- Les niveaux d'observation centrés rendent toute boule ponctuelle ou finie (proposition 4).
- La différence de deux boules de dimension 4 est une coquille ; un feuillet ajouté, d'épaisseur un grain, se lit comme un  $B^3$  (propositions 5 et 6).
- Un zéro pondéré a une densité illimitée et un poids fini ; sa promotion est un atome de Dirac (théorème 9).
- Le cône de lumière passé est une boule  $B^3$  centrée sur l'observateur, distincte d'un feuillet (proposition 13).
- Le changement de niveau conserve la courbure réduite  $KR^2$  (proposition 15).

**Ce qui est conjecturé.** Le zéro cosmologique comme atome de Dirac de poids  $M$ , et l'expansion comme passage de ce point pondéré à une boule de densité finie (conjecture 11).

**Questions ouvertes.**

1. Introduire la signature lorentzienne, pour que le cône de la proposition 13 soit un vrai cône de lumière.
2. Relier le poids  $M$  du zéro cosmologique au contenu de la tour : quelle grandeur du grain est conservée au cours de l'expansion ?
3. Comprendre le cas du rayonnement, dont l'énergie totale n'est pas conservée, dans le langage du zéro pondéré.

## Références

- [1] H. Genvrin, *Structure d'espace-temps dans le programme du grain. Conjectures cosmologiques*, manuscrit, 2026.
- [2] H. Genvrin, *Un cosmos en rotation ?*, manuscrit, 2026.
- [3] H. Genvrin, *Niveau d'observation*, manuscrit, 2026.
- [4] H. Genvrin, *Une théorie de la mesure du grain*, manuscrit, 2026.
- [5] H. Genvrin, *Plan complexe et grain nul*, manuscrit, 2026.