

Un cosmos en rotation ?

Synthèse des espaces de représentation du grain et statut d'une rotation intrinsèque de l'espace

Hugues Genvrin

Octobre 2026

Résumé

Le programme du grain dispose de trois représentations de l'espace : le grain et ses flots symétriques, l'espace d'encapsulation B^4 feuilleté en boules B^3 en expansion, et le plan complexe $\mathcal{P}_{\mathbb{C}}$ animé d'un mouvement de rotation intrinsèque. Nous examinons si la rotation intrinsèque de $\mathcal{P}_{\mathbb{C}}$ se transporte à l'espace cosmologique. Nous distinguons d'abord deux sens du mot « rotation » : une rotation *de lecture*, entre graduations ou entre strates, et une rotation *cinématique*, qui est une vorticité observable. Nous montrons ensuite que la rotation de lecture exige deux niveaux d'observation congruents : un seul point de résolution n'en produit pas. L'expansion autocentrée en fournit pourtant un second, car le recentrage fait passer l'horizon au rang de point de résolution, et le rapport de ces deux niveaux est $a^2 = 2^{2n_{\infty}}$, le module de ω^2 . Nous conjecturons que le recentrage est la lecture cosmologique de $\omega^2 = -a^2$, ce qui ferait de ω la rotation intrinsèque cherchée. Côté cinématique, nous montrons que la conservation du moment cinétique interdit une rotation du plan autour de Δ_{∞} pour le flot Γ seul, mais l'autorise pour $\Gamma \cup \bar{\Gamma}$, dont le moment cinétique interne est nul. Nous rappelons les contraintes observationnelles, et nous corrigeons plusieurs points géométriques de la note *Conjectures cosmologiques*.

Table des matières

1	Introduction	2
2	Trois représentations d'un même espace	2
3	Deux sens du mot « rotation »	2
4	Le critère des deux niveaux	3
4.1	Un seul niveau ne tourne pas	3
4.2	Où trouver le second niveau	3
5	L'expansion autocentrée	3
5.1	Un fait observé : l'expansion n'a pas de centre	3
5.2	Le recentrage par l'horizon	4
5.3	Le recentrage comme ω^2	4
6	La rotation cinématique et le moment cinétique	5
6.1	La conservation s'oppose à la rotation du plan, sauf équilibre	5
6.2	Ce que disent les observations	5
7	Corrections géométriques aux <i>Conjectures cosmologiques</i>	6

1 Introduction

La question est simple à poser : l'espace est-il animé d'un mouvement de rotation sur lui-même ? Elle prend deux sens très différents.

1. Au sens du plan complexe du grain [2], la rotation intrinsèque est une rotation *de lecture* : le quart de tour fait passer d'une graduation à l'autre, et l'opérateur $\omega = a i$ change en outre de strate. Rien n'y tourne au sens mécanique.
2. Au sens de la cosmologie, une rotation est une *vorticité* : un champ de vitesses qui tourne, avec un moment cinétique, et des effets mesurables sur le fond diffus cosmologique.

Cette note traite les deux questions séparément. La première relève de la structure du grain et se laisse partiellement démontrer ; la seconde relève de la physique et se confronte aux observations.

Statut. Les propositions et théorèmes sont démontrés dans le cadre indiqué. Les conjectures sont signalées comme telles. Le texte remplace la section de synthèse des *Conjectures cosmologiques* [1], dont il conserve le statut conjectural.

2 Trois représentations d'un même espace

Dans ce qui suit, un grain de résolution est un point de résolution en dimension 3. Le programme a été développé dans trois directions.

1. *Le grain et les flots symétriques* : le flot universel Γ , son miroir $\bar{\Gamma}$, les cercles porteurs C_k tangents en O à la droite Δ_∞ .
2. *L'espace d'encapsulation* B^4 , partitionné en feuillets B^3 . Son expansion est causée par la dilatation (l'épaississement) du grain. C'est sur cet espace que la matière rétroagit, au sens de la relativité générale.
3. *Le plan complexe* $\mathcal{P}_\mathbb{C}$, en lecture à deux résolutions, animé d'un mouvement de rotation intrinsèque [2, 3].

Hypothèse 1 (Unité des représentations). Ces trois représentations sont des représentants minimaux d'un même espace, pris à différents niveaux d'observation [4].

Cette hypothèse est le cadre de travail de la note. Pour la démontrer, il faudrait construire les applications qui font passer d'une représentation à l'autre et vérifier qu'elles respectent les niveaux d'observation. Nous ne le faisons pas ici.

3 Deux sens du mot « rotation »

Définition 2 (Rotation de lecture). Une *rotation de lecture* est une transformation qui permute des graduations ou des niveaux d'observation : le quart de tour normé $\hat{i}$, qui renvoie la graduation de l'axe imaginaire sur celle de l'axe réel, ou l'opérateur $\omega = a i$, quart de tour suivi d'un changement de strate ($a = 2^{n_\infty}$). Elle agit sur les *indices* et les *grains*, et se restaure à la promotion [2].

Définition 3 (Rotation cinématique). Une *rotation cinématique* est un champ de vitesses $\vec{v}$ de vorticité non nulle, $\nabla \wedge \vec{v} \neq \vec{0}$, portant un moment cinétique.

Les deux notions sont indépendantes. Une rotation de lecture ne déplace rien : elle n'a pas de vitesse angulaire et n'est soumise à aucune contrainte de vorticité. Une rotation cinématique, au contraire, se mesure. Toute affirmation « le cosmos tourne » doit préciser le sens retenu.

4 Le critère des deux niveaux

4.1 Un seul niveau ne tourne pas

Rappelons le résultat du *Niveau d'observation* [4] sur les grilles du plan $\Pi(\delta_1, \delta_2) = \delta_1 \tilde{\mathbb{Z}} + i \delta_2 \tilde{\mathbb{Z}}$.

Proposition 4 ([4], prop. « ce que le rapport change à la géométrie »). *Le quart de tour ordinaire R laisse la grille $\Pi(\delta, c\delta)$ invariante si et seulement si $c = 1$. Pour $c \neq 1$, $R(\Pi(\delta, c\delta)) = \Pi(c\delta, \delta) \neq \Pi(\delta, c\delta)$.*

Dans le plan réel ($c = 1$), le quart de tour est une symétrie de la grille : les quatre états $R^j \Pi$ sont identiques, et il n'y a pas d'hélice. Dans le plan complexe ($c = 2^{n\infty}$), les quatre états sont distincts : c'est la source de la rotation intrinsèque [2].

Proposition 5 (Une grille cubique ne tourne pas). *Soit $\delta \tilde{\mathbb{Z}}^3$ la grille de l'espace à un seul point de résolution. Tout quart de tour autour d'un axe de coordonnées la laisse invariante. En revanche, pour $c \neq 1$, le quart de tour qui échange le troisième axe avec l'un des deux autres déplace la grille $\delta \tilde{\mathbb{Z}} \times \delta \tilde{\mathbb{Z}} \times c\delta \tilde{\mathbb{Z}}$.*

Démonstration. Un quart de tour autour d'un axe de coordonnées permute deux coordonnées au signe près, ce qui préserve $\delta \tilde{\mathbb{Z}}^3$. Dans le second cas, il envoie le pas $c\delta$ sur un axe qui portait le pas δ , comme dans la proposition 4. $\square$

Corollaire 6 (Le saut de la synthèse initiale). *Un système encapsulé dans un feuillet B^3 , rapporté à un seul point de résolution, ne porte pas de rotation de lecture. L'argument « B^3 a un point de résolution, $\mathcal{P}_{\mathbb{C}}$ en a deux, donc B^3 tourne comme $\mathcal{P}_{\mathbb{C}}$ » ne tient pas : c'est précisément le second niveau qui produit la rotation.*

4.2 Où trouver le second niveau

La rotation de lecture de B^3 , si elle existe, doit venir d'une seconde graduation congruente à la première. L'espace en expansion en fournit une naturellement : l'horizon.

5 L'expansion autocentrée

5.1 Un fait observé : l'expansion n'a pas de centre

Proposition 7 (Loi de Hubble et recentrage). *Soit le champ de vitesses linéaire $\vec{v}(\vec{x}) = H \vec{x}$. Pour tout point $\vec{x}_0$,*

$$\vec{v}(\vec{x}) - \vec{v}(\vec{x}_0) = H (\vec{x} - \vec{x}_0).$$

Vu depuis n'importe quel point, le champ relatif est le même : chaque observateur se voit au centre de l'expansion.

Démonstration. Linéarité de $\vec{x} \mapsto H \vec{x}$. $\square$

C'est la forme cinématique du principe cosmologique : l'expansion est homogène et isotrope, sans centre privilégié. L'intuition de la synthèse initiale, une *expansion autocentrée*, en est la traduction dans le langage du grain : tout système peut être recentré sur son propre grain de résolution.

5.2 Le recentrage par l'horizon

Dans la suite adjacente de trois grains [4], au niveau d'observation k :

point g_{-kn_∞} , cercle élémentaire $g_{-(k-1)n_\infty}$, horizon $g_{-(k-2)n_\infty}$.

Quand le niveau d'observation descend de deux strates, l'horizon devient le point de résolution : il « passe au sous-sol » ([4], section « Autosimilarité de la tour et grain nul »). Un système décalé par rapport au centre peut ainsi être recentré au voisinage d'un nouveau grain de résolution.

Proposition 8 (Le recentrage met en jeu deux niveaux congruents). *Le point de résolution et l'horizon sont deux niveaux congruents, de rapport*

$$c = \frac{\delta_{k-2}}{\delta_k} = 2^{2n_\infty} = a^2.$$

Le recentrage horizon $\rightarrow$ point est l'homothétie de strate H^{-2} , de rapport a^{-2} , centrée au nouveau point de résolution.

Démonstration. $\delta_{k-2} = 2^{2n_\infty} \delta_k$. Par l'autosimilarité de la tour ([4], théorème d'autosimilarité), passer du niveau d'observation k au niveau $k-2$ revient à appliquer $H^{\pm 2}$, de rapport $2^{\pm 2n_\infty}$. $\square$

5.3 Le recentrage comme ω^2

Dans $\mathcal{P}_{\mathbb{C}}$, l'opérateur $\omega = ai$ est un quart de tour suivi d'un changement de strate. Son carré est

$$\omega^2 = a^2 i^2 = -a^2 :$$

un *demi-tour* accompagné d'un changement de *deux* strates. Le module $a^2 = 2^{2n_\infty}$ est exactement le rapport horizon/point de la proposition 8.

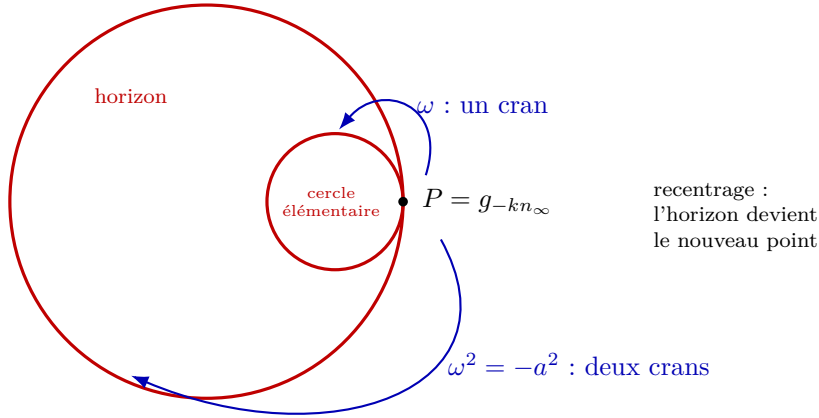


FIGURE 1 – Lecture proposée : ω fait passer du point au cercle élémentaire (un cran, quart de tour), ω^2 du point à l'horizon (deux crans, demi-tour). Les rapports dessinés sont symboliques.

Conjecture 9 (Le recentrage est la lecture cosmologique de ω^2). Le recentrage autocentré d'un système, qui fait passer l'horizon B^3 au rang de point de résolution, est la lecture dans B^3 de l'opérateur $\omega^2 = -a^2$ de $\mathcal{P}_{\mathbb{C}}$: changement de deux strates et demi-tour. Sa racine carrée ω , qui fait passer du point au cercle élémentaire, serait alors la *rotation intrinsèque de lecture* de l'espace cosmologique.

Remarque 10 (Ce qui reste à établir). La correspondance des modules (a^2 des deux côtés) est démontrée. Ce qui manque est la composante *angulaire* : il faut identifier, dans B^3 , l'analogie du demi-tour $i^2 = -1$, c'est-à-dire montrer que le recentrage renverse une orientation. Une piste est le demi-tour R_π autour de Δ_∞ , qui échange Γ et $\bar{\Gamma}$ (section 6).

Remarque 11 (La racine carrée du demi-tour). Dans *Plan complexe et grain nul* [3], le demi-tour admet deux racines carrées : le quart de tour, et l'aller-retour en résolution. La conjecture 9 retient la première pour ω . Si c'était la seconde, le recentrage serait un aller-retour en résolution, sans orientation, et l'espace n'aurait pas de rotation de lecture propre.

6 La rotation cinématique et le moment cinétique

6.1 La conservation s'oppose à la rotation du plan, sauf équilibre

Soit un flot de grains en mouvement circulaire uniforme dans le plan de travail P , de normale unitaire $\vec{n}$. Le moment cinétique de chaque grain est colinéaire à $\vec{n}$ ([1], th. 1 et rem. 8). On note $\vec{L}(\Gamma) = L_\Gamma \vec{n}$ le moment cinétique total de Γ .

Lemme 12 (Le demi-tour renverse le moment cinétique). *Soit R_π le demi-tour autour de $\Delta_\infty \subset P$. Alors $R_\pi \vec{n} = -\vec{n}$, et $\vec{L}(\bar{\Gamma}) = \vec{L}(R_\pi \Gamma) = -\vec{L}(\Gamma)$. En particulier $\vec{L}(\Gamma \cup \bar{\Gamma}) = \vec{0}$.*

Démonstration. Un demi-tour autour d'un axe $\vec{u}$ fixe $\vec{u}$ et change en leur opposé les vecteurs orthogonaux à $\vec{u}$; $\vec{n} \perp \vec{u}$ puisque $\Delta_\infty \subset P$. Le moment cinétique se transporte par la rotation : $\vec{L}(R\Gamma) = R\vec{L}(\Gamma)$. $\square$

Théorème 13 (Rotation autour de Δ_∞ et conservation). *Faisons tourner le plan autour de Δ_∞ à vitesse angulaire constante Ω , et soit R_t la rotation d'angle Ωt .*

1. *Pour le flot Γ seul, la partie interne du moment cinétique $R_t \vec{L}(\Gamma) = L_\Gamma R_t \vec{n}$ varie avec t dès que $L_\Gamma \neq 0$ et $\Omega \neq 0$: un système isolé ne peut pas effectuer ce mouvement sans couple extérieur.*
2. *Pour $\Gamma \cup \bar{\Gamma}$, la partie interne est nulle à tout instant ; le moment cinétique total se réduit à la composante $I \Omega \vec{u}$ due à la rotation d'ensemble, constante. Le mouvement est compatible avec la conservation.*

Démonstration. Le moment cinétique total est la somme de la partie interne, transportée par R_t , et de la partie d'entraînement $I \Omega \vec{u}$, où I est le moment d'inertie par rapport à Δ_∞ , invariant par les rotations autour de Δ_∞ . Point 1 : $R_t \vec{n}$ décrit un cercle orthogonal à $\vec{u}$, donc n'est pas constant. Point 2 : par le lemme 12, la partie interne est $R_t \vec{0} = \vec{0}$. $\square$

Remarque 14 (Ce que cela apporte). La conservation du moment cinétique ne *motive* pas la rotation autour de Δ_∞ pour le flot Γ seul : elle l'*interdit*. Elle l'autorise en revanche dès que matière et antimatière, Γ et $\bar{\Gamma} = R_\pi \Gamma$, s'équilibrent. C'est un argument plus fort que la seule tangence commune de Δ_∞ , et il relie directement la rotation intrinsèque à la conjecture matière/antimatière [1].

6.2 Ce que disent les observations

Une rotation cinématique d'ensemble de l'univers est permise par la relativité générale : la solution de Gödel [5] en est l'exemple historique. Elle est toutefois très contrainte.

- L'analyse du fond diffus cosmologique favorise fortement l'isotropie : le rapport de probabilité contre un univers anisotrope, rotation comprise, est de l'ordre de 121 000 contre 1 [6].

- Une rotation très lente reste compatible avec les données. Une étude récente suggère qu’une rotation de période de l’ordre de 500 milliards d’années pourrait atténuer la tension de Hubble [7].

Si la rotation intrinsèque du grain est de lecture (définition 2), elle échappe à ces contraintes. Si elle a une composante cinématique, comme au point 2 du théorème 13, celle-ci doit rester en deçà de ces bornes.

7 Corrections géométriques aux *Conjectures cosmologiques*

Proposition 15 (Le tore à collier nul). *Faire tourner un cercle autour d’une droite qui lui est tangente en O donne une surface homéomorphe au tore dont un cercle méridien est réduit à un point, c’est-à-dire à une sphère dont deux points sont identifiés (tore pincé), et non à une sphère pincée en un seul point.*

Démonstration. Paramétrons par l’angle α sur le cercle ($\alpha = 0$ en O) et l’angle β de rotation. L’application $(\alpha, \beta) \mapsto \text{point}$ est injective sur T^2 hors du cercle $\{\alpha = 0\}$, qui est envoyé sur O . La surface est donc T^2 quotienté par un méridien. Écraser un méridien d’un tore donne un cylindre dont les deux bords sont écrasés en un même point : une sphère dont deux points sont identifiés. $\square$

Proposition 16 (La densité exige une famille arithmétique). *Une famille de cercles porteurs de rayons $r_m = 2^m$, même pour tous les niveaux de résolution m , laisse entre deux rayons consécutifs un intervalle de longueur r_m . Pour que les tores et les sphères remplissent l’espace à un grain près, il faut une famille de rayons $r_m = m\delta$, $m \in \mathbb{Z}$, multiples d’un même grain δ .*

Démonstration. $r_{m+1} - r_m = 2^m$; à l’inverse, $r_{m+1} - r_m = \delta$ pour la famille arithmétique. $\square$

Proposition 17 (Le passage 3D $\rightarrow$ 4D est direct). *L’ensemble balayé par la famille $\bar{B}^3(\varphi)$, $\varphi \in [0, 1]$, est*

$$\{(\vec{x}, \varphi) : |\vec{x}|^2 + \varphi^2 \leq 1, \varphi \geq 0\} = B_+^4.$$

L’intégrale de la fonction caractéristique en donne la fonction hauteur $\sqrt{1 - r^2}$, et le volume $\pi^2/4$, mais n’est pas nécessaire à la construction.

Démonstration. Par définition, $\vec{x} \in \bar{B}^3(\varphi)$ si et seulement si $|\vec{x}|^2 \leq 1 - \varphi^2$. Le volume de la boule unité de $\mathbb{R}^4$ est $\pi^2/2$. $\square$

Remarque 18 (Signature et proposition « sans bord »). Dans cette construction, φ devient une coordonnée *euclidienne*, alors que l’espace-temps de la relativité générale est lorentzien, de signature $(-, +, +, +)$. La demi-boule euclidienne rapproche le modèle de la proposition « sans bord » de Hartle et Hawking [8], qui raccorde une demi-4-sphère euclidienne à un espace-temps lorentzien, plutôt que de l’univers fermé usuel.

Proposition 19 (La trace de Δ_∞ dans S^3). *Dans la boule pleine B^4 ($\varphi \in [-1, 1]$), le 2-plan engendré par Δ_∞ et l’axe φ coupe la frontière S^3 selon un grand cercle.*

Démonstration. L’intersection d’un 2-plan vectoriel avec la sphère unité est un grand cercle. $\square$

Remarque 20. La démonstration initiale utilisait la tranche $\varphi = -1$, où la boule est réduite à un point ($\sqrt{1 - 1} = 0$), et non à deux points antipodaux ; quatre points ne suffisent pas, de toute façon, à définir un grand cercle. Il faut aussi préciser que l’on passe de la demi-boule B_+^4 à la boule pleine B^4 , par le flot miroir.

Remarque 21 (Une boule a un bord). Des tranches spatiales B^3 munies d'un centre géométrique contredisent le principe cosmologique ; les modèles fermés usuels ont des tranches S^3 , sans bord. L'expansion autocentrée lève la difficulté si l'on interprète le bord de B^3 comme l'horizon *propre à chaque observateur* (de l'ordre de la sphère de Hubble), et non comme un bord absolu de l'espace : c'est exactement ce que fait le recentrage de la section 5.

8 Synthèse

Ce qui est établi.

- « Rotation » a deux sens : de lecture (entre graduations ou strates) et cinématique (vorticité). Seule la seconde est contrainte par l'observation.
- Une rotation de lecture exige deux niveaux congruents ; un seul point de résolution n'en produit pas (corollaire 6).
- L'expansion autocentrée est la forme du principe cosmologique ; le recentrage met en jeu deux niveaux congruents de rapport a^2 (proposition 8).
- La conservation du moment cinétique interdit la rotation du plan autour de Δ_∞ pour Γ seul, et l'autorise pour $\Gamma \cup \bar{\Gamma}$ (théorème 13).
- Plusieurs points géométriques des *Conjectures cosmologiques* sont corrigés (section 7).

Ce qui est conjecturé.

- L'unité des trois représentations (hypothèse 1).
- Le recentrage comme lecture de $\omega^2 = -a^2$, et ω comme rotation intrinsèque de lecture du cosmos (conjecture 9).

Réponse à la question du titre. Dans l'état actuel du programme : *oui, au sens de la lecture*, si la conjecture 9 est établie, avec une rotation entre strates qui accompagne l'expansion autocentrée ; *peut-être, au sens cinématique*, mais seulement si matière et antimatière s'équilibrent, et dans les bornes très étroites que fixent les observations.

Questions ouvertes.

1. Identifier dans B^3 l'analogue du demi-tour $i^2 = -1$ que porte le recentrage.
2. Construire les applications entre les trois représentations (hypothèse 1).
3. Donner à la conjecture une conséquence observable : une signature de la rotation de lecture qui ne soit pas une vorticité.

Références

- [1] H. Genvrin, *Structure d'espace-temps dans le programme du grain. Conjectures cosmologiques*, manuscrit, 2026.
- [2] H. Genvrin, *Mouvement de rotation intrinsèque*, manuscrit, 2026.
- [3] H. Genvrin, *Plan complexe et grain nul*, manuscrit, 2026.
- [4] H. Genvrin, *Niveau d'observation*, manuscrit, 2026.
- [5] K. Gödel, « An example of a new type of cosmological solutions of Einstein's field equations of gravitation », *Rev. Mod. Phys.* 21 (1949), p. 447–450.
- [6] D. Saadeh, S. M. Feeney, A. Pontzen, H. V. Peiris, J. D. McEwen, « How isotropic is the Universe ? », *Phys. Rev. Lett.* 117 (2016), 131302.

- [7] B. E. Szigeti, I. Szapudi, I. F. Barna, G. G. Barnaföldi, « Can rotation solve the Hubble puzzle? », *Mon. Not. R. Astron. Soc.* (2025), arXiv :2503.13525.
- [8] J. B. Hartle, S. W. Hawking, « Wave function of the Universe », *Phys. Rev. D* 28 (1983), p. 2960–2975.