

# Structure d'espace-temps dans le programme du grain

## Conjectures cosmologiques

Hugues Genyvin

30 mai 2026

## Préambule

Cette note propose une *extension cosmologique* du programme du grain. Elle s'appuie sur deux faits physiques :

1. L'espace cosmologique observable est *en expansion*.
2. La relativité générale stipule que la matière *rétragit sur l'espace-temps et le déforme*, ce qui rappelle l'action d'une fonction sur l'axe des ordonnées en représentation cartésienne.

À partir des structures déjà établies du programme (flot universel, flot miroir, cercles porteurs, niveaux strataux), nous construisons un modèle géométrique d'espace-temps qui passe de la dimension 2 (plan de travail) à la dimension 4 (espace-temps relativiste) par deux opérations successives :

- Une *rotation intrinsèque* autour de la droite à l'infini  $\Delta_\infty$ , qui élève les structures 2D en structures 3D.
- Une *intégration temporelle* d'une boule 3D en expansion, qui élève les structures 3D en structures 4D.

**Statut épistémologique.** Cette note est explicitement *conjecturale*. Les constructions présentées sont cohérentes avec le programme du grain mais ne prétendent pas constituer une dérivation rigoureuse de la relativité générale. Plusieurs points demandent à être approfondis avant que le modèle puisse être considéré comme établi.

**Référence implicite.** Programme du grain (Volumes I-III), et les notes sur la métrique stratale, la constante de Planck, l'exponentielle complexe, et la stratification fonctionnelle.

## 1 Position du problème

### 1.1 L'analogie avec la stratification fonctionnelle

La relativité générale stipule que la matière courbe l'espace-temps. Mathématiquement, cette courbure est encodée par un tenseur métrique  $g_{\mu\nu}$  qui dépend de la distribution de matière (équations d'Einstein).

**Remarque 1** (Parallèle avec la stratification fonctionnelle). *Le théorème de stratification fonctionnelle (cf. Anomalie cartésienne) établit que toute fonction  $f$  dérivable stratifie localement l'axe codomaine par le facteur  $|f'(x)|$ .*

*Par analogie, on peut envisager que la matière agisse comme un facteur de stratification local sur l'espace-temps : sa présence modifie localement la métrique, ce qui correspond à une stratification non uniforme de la structure géométrique.*

*Cette analogie est suggestive, pas constructive. Elle motive la recherche d'un cadre cosmologique stratal mais ne le construit pas.*

## 1.2 Les ingrédients à mobiliser

Pour construire un modèle cosmologique stratal, on dispose des ingrédients suivants du programme :

- Le *flot universel*  $\Gamma$  et son miroir  $\bar{\Gamma}$ .
- Les *cercles porteurs*  $C_k$  et leurs miroirs  $\bar{C}_k$ .
- La *droite à l'infini*  $\Delta_\infty$  (Volume II).
- Les *niveaux strataux*  $\mathcal{G}_{-kn_\infty}$ .
- L'identification *temps = cycle intra-grain* (constante de Planck).

## 2 Génération de l'espace par rotation intrinsèque

### 2.1 Le groupe de rotation autour de $\Delta_\infty$

**Définition 1** (Rotation intrinsèque). *On considère le groupe de rotation intrinsèque de l'espace ambiant autour de la droite à l'infini  $\Delta_\infty$ , considérée comme axe. Concrètement,  $\Delta_\infty$  est plongée comme axe de rotation dans  $\mathbb{R}^3$ , et le groupe agit en faisant tourner le plan de travail autour de cet axe.*

**Remarque 2** (Interprétation physique). *Cette rotation n'est pas une rotation appliquée à un référentiel extérieur, mais une rotation intrinsèque de l'espace lui-même autour de son axe à l'infini. Elle ajoute une dimension géométrique au plan de travail du programme du grain, élevant les structures 2D en structures 3D.*

### 2.2 Tores à collier nul

**Proposition 1** (Génération des tores). *Sous l'action du groupe de rotation autour de  $\Delta_\infty$ , chaque cercle porteur  $C_k$  engendre un tore  $\Gamma_k^2$ . Comme les cercles  $C_k$  sont tangents à  $\Delta$  en  $O$  et que  $\Delta_\infty$  passe par  $O$ , le tore  $\Gamma_k^2$  est à collier nul (tore dégénéré, ou tore pincé).*

**Remarque 3** (Géométrie du tore à collier nul). *Un tore à collier nul est obtenu en faisant tourner un cercle autour d'un axe tangent au cercle. Le résultat est topologiquement une sphère pincée en un point (le point de tangence), géométriquement une surface fermée sans trou interne.*

*Les tores  $\Gamma_k^2$  ainsi obtenus forment une famille emboîtée :  $\Gamma_1^2 \subset \Gamma_2^2 \subset \dots$ , où chaque tore contient les précédents et est de rayon de plus en plus grand.*

### 2.3 Sphères encapsulantes

**Proposition 2** (Sphères concentriques). *Pour chaque cercle porteur  $C_k$  et son miroir  $\bar{C}_k$ , il existe un cercle  $\hat{C}_k$  centré en  $O$  qui les encapsule, c'est-à-dire qui les contient tous deux dans son disque intérieur.*

*Sous l'action du groupe de rotation, chaque cercle encapsulant  $\hat{C}_k$  engendre une sphère  $S_k^2$  centrée en  $O$ . Ces sphères forment une famille concentrique :  $S_1^2 \subset S_2^2 \subset \dots$*

**Remarque 4** (Suite non dense). *À résolution  $-n_\infty$ , la suite des sphères  $S_k^2$  n'est pas dense dans l'espace : il y a des « vides » entre les sphères. Cela limite l'utilité immédiate du modèle. Le passage à des niveaux de résolution plus fins est donc nécessaire.*

### 2.4 Densité à résolution fine

**Proposition 3** (Densité aux niveaux  $-kn_\infty$ ). *En appliquant le mécanisme aux niveaux de résolution  $-kn_\infty$  avec  $k \geq 1$ , la suite des tores  $\Gamma^2$  et des sphères  $S^2$  devient dense. Dans cette limite stratifiée, les tores et sphères remplissent l'espace ambiant et forment :*

- Un tore plein  $\Gamma^2$  (réunion dense des tores emboîtés).

- Une boule fermée  $\bar{B}^3$  encapsulant ce tore plein (réunion dense des disques intérieurs aux sphères).

L'espace 3D ambiant est ainsi reconstitué stratalement comme une boule  $\bar{B}^3$  contenant un tore plein  $\Gamma^2$ .

**Remarque 5** (Conséquence structurelle). *Le passage du plan stratal 2D à l'espace stratal 3D s'effectue donc en deux étapes :*

- La rotation intrinsèque autour de  $\Delta_\infty$  engendre une dimension supplémentaire.
- La densification par stratification fine ( $k \geq 1$ ) élimine les vides géométriques.

L'espace 3D obtenu hérite naturellement de la structure stratale du programme : il contient une hiérarchie de niveaux  $\mathcal{G}_{-kn_\infty}$  indexant ses propres mosaïques internes.

**Remarque 6** (Les factorisations du continu permettent de sortir du zéro). *Les factorisations du continu permettent de sortir du zéro. Cette propriété, établie dans le programme du grain (cf. Remarques topo-ensemblistes : stratification fonctionnelle et stratification multiplicative), assure que la densification aux niveaux  $-kn_\infty$  n'est pas une opération arbitraire mais une instance d'un mécanisme structurel : les grains de mesure nulle au niveau supérieur deviennent des longueurs non nulles au niveau inférieur.*

*Appliqué au contexte cosmologique, ce mécanisme garantit que la boule  $\bar{B}^3$  obtenue par densification est un objet géométrique de substance non triviale, et non une simple réunion de sphères de mesure nulle. C'est la factorisation stratale qui confère au continu cosmologique sa consistance géométrique.*

### 3 L'expansion cosmologique stratale

#### 3.1 Identification temps / cycle intra-grain

- On rappelle (cf. *Constante de Planck et fondations stratales*) l'identification spatio-temporelle :
- L'espace se mesure par les déplacements inter-grain.
  - Le temps se mesure par les déplacements intra-grain (cycles sur le cercle unité).

#### 3.2 Dilatation des grains comme expansion

**Définition 2** (Dilatation stratale). *On suppose l'existence d'une dilatation continue des grains : les grains  $\mathcal{G}_{-kn_\infty}$  croissent en taille en fonction d'un paramètre temporel  $\phi \in [0, 1]$ .*

*Comme la taille des grains gouverne la taille de la boule  $\bar{B}^3$  qui les contient, cette dilatation se traduit par une expansion de  $\bar{B}^3$  dans le temps.*

**Remarque 7** (Lecture cosmologique). *Cette dilatation stratale est l'analogue stratal de l'expansion cosmologique observée (Hubble) : l'univers grossit non par déplacement de matière dans un espace fixe, mais par croissance intrinsèque de la grille géométrique elle-même.*

### 4 L'intégration temporelle : du 3D au 4D

#### 4.1 Paramétrisation de la boule en évolution

**Proposition 4** (Famille de boules). *On paramètre la boule  $\bar{B}^3$  en évolution temporelle par  $\phi \in [0, 1]$  selon :*

$$\bar{B}^3(\phi) = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 1 - \phi^2\}.$$

*À  $\phi = 0$ , la boule est maximale (rayon 1). À  $\phi = 1$ , la boule est réduite à un point. La paramétrisation décrit une évolution temporelle continue de l'espace stratal 3D.*

**Remarque 8** (Convention de signe). *La paramétrisation ci-dessus décrit une contraction (la boule diminue avec  $\phi$ ). Pour un modèle d'expansion, on inverserait le sens du paramètre. Ce qui suit est indépendant du sens : seule la structure géométrique de la famille importe.*

## 4.2 L'opération d'intégration

**Théorème 1** (Passage 3D  $\rightarrow$  4D par intégration temporelle). *L'intégration de la fonction caractéristique de  $\bar{B}^3(\phi)$  par rapport à  $\phi$  produit une demi-boule  $B_+^4$  dans  $\mathbb{R}^4$  :*

$$\int_0^1 \chi(\bar{B}^3(\phi)) d\phi = \sqrt{1-r^2},$$

où  $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$ , pour  $r \leq 1$ .

*L'équation  $x_4 = \sqrt{1-x_1^2-x_2^2-x_3^2}$  définit précisément la demi-sphère  $S_+^3$  dans  $\mathbb{R}^4$ , dont l'intérieur est la demi-boule  $B_+^4$ .*

*Le paramètre temporel  $\phi$  devient ainsi la quatrième coordonnée spatiale  $x_4$  dans  $\mathbb{R}^4$ .*

*Démonstration.* Pour un point fixe  $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$  de norme  $r = \|\vec{x}\|$ , la condition  $\vec{x} \in \bar{B}^3(\phi)$  équivaut à  $r^2 \leq 1 - \phi^2$ , soit  $\phi^2 \leq 1 - r^2$ , soit  $\phi \leq \sqrt{1-r^2}$  (puisque  $\phi \geq 0$ ).

Donc :

$$\int_0^1 \chi(\bar{B}^3(\phi))(\vec{x}) d\phi = \int_0^{\sqrt{1-r^2}} d\phi = \sqrt{1-r^2}$$

pour  $r \leq 1$ , et 0 pour  $r > 1$ .

La fonction  $r \mapsto \sqrt{1-r^2}$  définie sur  $\bar{B}^3$  est précisément la « hauteur »  $x_4$  de la demi-sphère  $S_+^3 \subset \mathbb{R}^4$  au-dessus du point  $(x_1, x_2, x_3)$ . Le graphe de cette fonction est donc la demi-sphère, et sa partie intérieure est la demi-boule  $B_+^4$ .  $\square$

## 4.3 Interprétation cosmologique

**Remarque 9** (Émergence de l'espace-temps). *Le théorème 1 fait émerger une structure d'espace-temps 4D de manière naturelle :*

- À chaque instant  $\phi$ , l'espace est une boule  $\bar{B}^3(\phi)$  de dimension 3.
- L'évolution temporelle parcourt  $\phi$  de 0 à 1.
- L'espace-temps complet est la demi-boule  $B_+^4 \subset \mathbb{R}^4$ .

*Ce schéma est conceptuellement parent du modèle relativiste d'univers compact où l'espace est une 3-sphère évoluant dans le temps et l'espace-temps total est une 4-variété.*

**Remarque 10** (Hiérarchie des dimensions stratales). *Le programme du grain présente ainsi une hiérarchie de dimensions émergentes :*

- Dimension 1 : déploiement linéaire  $\tilde{\mathbb{R}}$  (Volume I).
- Dimension 2 : plan de travail  $(O, \Delta, C_1)$  et  $\Delta_\infty$  (Volume II).
- Dimension 3 : espace stratal  $\bar{B}^3$  par rotation intrinsèque autour de  $\Delta_\infty$ .
- Dimension 4 : espace-temps  $B_+^4$  par intégration temporelle.

*Chaque dimension supplémentaire est engendrée par une opération géométrique sur la dimension précédente : déploiement, mise en plan projectif, rotation, intégration temporelle.*

## 5 Rétroaction de la matière : conjecture

### 5.1 Position du problème

La construction précédente fournit une structure d'espace-temps *purement géométrique* (boule  $B_+^4$ ). Elle ne contient pas encore la matière, ni son effet sur la géométrie.

**Conjecture 1** (Rétroaction stratale de la matière). *La matière, dans le cadre du programme du grain, agit comme un facteur de stratification local sur l'espace-temps  $B_+^4$ , par analogie avec le théorème de stratification fonctionnelle.*

*Plus précisément, en chaque grain de l'espace-temps, la présence de matière modifie le rapport d'homothétie local  $\lambda$ , ce qui se traduit par une déformation de la métrique stratale ambiante.*

*Cette conjecture est l'analogue stratal des équations d'Einstein de la relativité générale.*

## 5.2 Ce qui demande à être construit

Pour transformer cette conjecture en théorème, il faudrait :

1. *Définir la matière* comme objet du programme du grain. Plusieurs pistes existent (excitations stratales, défauts dans la grille, structures topologiques non triviales), mais aucune n'est encore établie.
2. *Construire un tenseur énergie-impulsion stratal* qui encode la distribution de matière.
3. *Établir des équations stratales* analogues aux équations d'Einstein, reliant la courbure de la métrique stratale à la distribution de matière.
4. *Vérifier la cohérence* avec les prédictions observationnelles de la relativité générale (déflexion gravitationnelle, ondes gravitationnelles, cosmologie de Friedmann-Lemaître).

Chacun de ces points est un programme de recherche à part entière.

## 6 Statut et perspectives

### 6.1 Ce qui est solide

Le présent document établit, dans un cadre cohérent avec le programme du grain :

- L'élévation du plan stratal 2D en espace stratal 3D par rotation intrinsèque autour de  $\Delta_\infty$ .
- L'identification des tores  $\Gamma^2$  à collier nul et des sphères encapsulantes  $S^2$  engendrées par cette rotation.
- La densification de la structure aux niveaux  $-kn_\infty$  avec  $k \geq 1$ , donnant l'espace stratal  $\bar{B}^3$ .
- Le passage rigoureux 3D  $\rightarrow$  4D par intégration temporelle (Théorème 1).

Ces résultats forment un *cadre géométrique cohérent* pour l'espace-temps stratifié.

### 6.2 Ce qui est conjectural

Plusieurs aspects restent à approfondir :

- L'identification précise de la *matière* comme objet stratal.
- Les *équations dynamiques* (évolution temporelle, ondes, propagation).
- L'*articulation avec la relativité générale* (équations d'Einstein stratales).
- L'*articulation avec la mécanique quantique stratale* (théorie quantique des champs sur espace-temps stratifié).

### 6.3 Perspectives

Ce cadre ouvre des directions de recherche distinctes :

- *Cosmologie observationnelle* : étudier si la cosmologie stratale produit des prédictions distinctes de la cosmologie relativiste classique (corrections stratales à l'expansion, signatures dans le fond diffus cosmologique).
- *Gravitation quantique* : la structure stratale fournit naturellement un cadre où espace-temps et fonction d'onde coexistent, ce qui pourrait éclairer le problème de l'unification relativité-quantique.
- *Topologie de l'univers* : la boule  $B_+^4$  obtenue par intégration suggère un univers *compact et fini*, à rapprocher des modèles d'univers fermé en cosmologie.
- *Articulation avec les conjectures du programme* : flot miroir comme antimatière, rétroaction stratale, structures topologiques non triviales (singularités, trous noirs).

## Conclusion

L'apport principal de cette note est de proposer un *cadre géométrique cosmologique stratal* qui prolonge naturellement le programme du grain en dimension supérieure. La construction s'effectue en deux temps : rotation intrinsèque pour passer en 3D, intégration temporelle pour passer en 4D.

Le statut épistémologique est explicitement conjectural. Le cadre géométrique est cohérent et bien défini, mais la dynamique (rétroaction de la matière, équations d'évolution) reste à construire. Ces directions constituent un programme de recherche autonome dans le prolongement du programme du grain.

L'analogie avec la relativité générale (matière comme stratification locale, équations d'Einstein comme analogue stratal du théorème de stratification fonctionnelle) est suggestive mais demande des développements indépendants pour être formalisée rigoureusement.