

Un cosmos en rotation ?

Espaces de représentation du grain et statut d'une rotation intrinsèque de l'espace — cours

Hugues Genvrin

Octobre 2026

Présentation du cours

La question

L'espace cosmologique est-il animé d'un mouvement de rotation sur lui-même, comme le plan complexe du grain ?

Ce que le cours établit

1. « Rotation » a **deux sens** : de lecture (entre graduations ou strates) et cinématique (vorticité).
2. Une rotation de lecture exige **deux niveaux congruents** : un seul point de résolution ne tourne pas.
3. L'**expansion autocentrée** fournit le second niveau : l'horizon, de rapport $a^2 = 2^{2n_\infty}$ avec le point.
4. **Conjecture** : le recentrage est la lecture de $\omega^2 = -a^2$, et ω la rotation intrinsèque de l'espace.
5. Le moment cinétique **interdit** la rotation autour de Δ_∞ pour Γ seul, et l'**autorise** pour $\Gamma \cup \bar{\Gamma}$.
6. Plusieurs corrections géométriques aux *Conjectures cosmologiques*.

Plan

Introduction

Trois représentations d'un même espace

Deux sens du mot « rotation »

Le critère des deux niveaux

L'expansion autocentrée

La rotation cinématique

Corrections géométriques

Synthèse

Introduction

Une question, deux sens

Au sens du grain

Dans $\mathcal{P}_{\mathbb{C}}$, la rotation intrinsèque est une rotation **de lecture** :

- le quart de tour normé $\hat{i}$ fait passer d'une graduation à l'autre ;
- $\omega = a i$ change en outre de strate.

Rien n'y tourne au sens mécanique.

Au sens de la cosmologie

Une rotation est une **vorticité** :

- un champ de vitesses qui tourne ;
- un moment cinétique ;
- des effets mesurables sur le fond diffus cosmologique.

Méthode

Traiter les deux questions **séparément** : la première relève de la structure du grain, la seconde de la physique et des observations.

- **Propositions et théorèmes** : démontrés dans le cadre indiqué.
- **Hypothèses et conjectures** : signalées comme telles.
- Le cours accompagne la note *Un cosmos en rotation ?*, qui remplace la section de synthèse des *Conjectures cosmologiques* et en conserve le statut conjectural.

Fil conducteur

L'intuition de départ, une **expansion autocentrée**, est juste et correspond à un fait observé. C'est elle, et non le nombre de points de résolution d'un feuillet, qui peut porter une rotation intrinsèque.

Trois représentations d'un même espace

Les trois directions du programme

Un grain de résolution est ici un point de résolution en dimension 3.

1. **Le grain et les flots symétriques** : flot universel Γ , miroir $\bar{\Gamma}$, cercles porteurs C_k tangents en O à Δ_∞ .
2. **L'espace d'encapsulation** B^4 , partitionné en feuilletts B^3 . Son expansion vient de la dilatation (l'épaississement) du grain. La matière y rétroagit, au sens de la relativité générale.
3. **Le plan complexe** $\mathcal{P}_\mathbb{C}$, en lecture à deux résolutions, animé d'un mouvement de rotation intrinsèque.

Hypothèse 1 (Unité des représentations)

Ces trois représentations sont des représentants minimaux d'un même espace, pris à différents niveaux d'observation.

Pour la démontrer : construire les applications entre représentations, et vérifier qu'elles respectent les niveaux d'observation. **Non fait ici.**

Deux sens du mot « rotation »

Rotation de lecture, rotation cinématique

Définition 2 (Rotation de lecture)

Transformation qui permute des **graduations** ou des **niveaux d'observation** : $\hat{i}$ (graduation imaginaire $\rightarrow$ graduation réelle), ou $\omega = a i$ (quart de tour suivi d'un changement de strate, $a = 2^{n_\infty}$). Elle agit sur les indices et les grains, et se restaure à la promotion.

Définition 3 (Rotation cinématique)

Champ de vitesses de vorticité non nulle, $\nabla \wedge \vec{v} \neq \vec{0}$, portant un moment cinétique.

Deux notions indépendantes

Une rotation de lecture n'a **pas de vitesse angulaire** et échappe aux contraintes de vorticité.
Une rotation cinématique **se mesure**. Toute phrase « le cosmos tourne » doit dire laquelle.

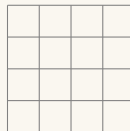
Le critère des deux niveaux

Un seul niveau ne tourne pas

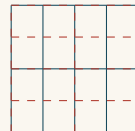
Proposition 4 (*Niveau d'observation*)

Le quart de tour R laisse $\Pi(\delta, c\delta) = \delta\tilde{\mathbb{Z}} + i c\delta\tilde{\mathbb{Z}}$ invariante **si et seulement si** $c = 1$. Pour $c \neq 1$, $R(\Pi(\delta, c\delta)) = \Pi(c\delta, \delta)$.

- Plan réel ($c = 1$) : les quatre états $R^j\Pi$ sont **identiques**, pas d'hélice.
- Plan complexe ($c = 2^{n\infty}$) : les quatre états sont **distincts** : c'est la source de la rotation intrinsèque.



$c = 1 : R\Pi = \Pi$



$c \neq 1 : R\Pi \neq \Pi$

en bleu Π , en rouge pointillé $R\Pi$

Proposition 5 (Une grille cubique ne tourne pas)

- Tout quart de tour autour d'un axe de coordonnées laisse $\delta\tilde{\mathbb{Z}}^3$ invariante.
- Pour $c \neq 1$, le quart de tour qui échange le troisième axe avec l'un des deux autres **déplace** $\delta\tilde{\mathbb{Z}} \times \delta\tilde{\mathbb{Z}} \times c\delta\tilde{\mathbb{Z}}$.

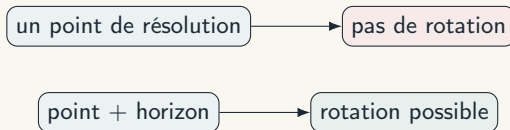
Preuve. Un quart de tour autour d'un axe de coordonnées permute deux coordonnées au signe près. Dans le second cas, il envoie le pas $c\delta$ sur un axe qui portait le pas δ . $\square$

Le saut de la synthèse initiale

« B^3 a un point de résolution, $\mathcal{P}_{\mathbb{C}}$ en a deux, donc B^3 tourne comme $\mathcal{P}_{\mathbb{C}}$ » **ne tient pas** : c'est précisément le **second niveau** qui produit la rotation. Avec un seul point de résolution, B^3 ne porte pas de rotation de lecture.

Où chercher le second niveau

- La rotation de lecture de B^3 , si elle existe, doit venir d'une **seconde graduation congruente** à la première.
- L'espace en expansion en fournit une naturellement : **l'horizon**.
- Il faut donc examiner le mécanisme qui fait de l'horizon un nouveau point de résolution : le **recentrage**.



L'expansion autocentrée

Un fait observé : l'expansion n'a pas de centre

Proposition 6 (Loi de Hubble et recentrage)

Pour $\vec{v}(\vec{x}) = H\vec{x}$ et tout point $\vec{x}_0$:

$$\vec{v}(\vec{x}) - \vec{v}(\vec{x}_0) = H(\vec{x} - \vec{x}_0).$$

Preuve. Linéarité. □

Vu depuis n'importe quel point, le champ relatif est le même : **chaque observateur se voit au centre**. C'est la forme cinématique du principe cosmologique.



même champ relatif vu de O ou de $\vec{x}_0$

L'intuition de départ est juste

L'**expansion autocentrée** en est la traduction dans le langage du grain : tout système peut être recentré sur son propre grain de résolution.

Le recentrage par l'horizon

Suite adjacente de trois grains, au niveau d'observation k :

point g_{-kn_∞} , cercle élémentaire $g_{-(k-1)n_\infty}$, horizon $g_{-(k-2)n_\infty}$.

- Quand le niveau d'observation descend de deux strates, l'horizon devient le point de résolution : il « passe au sous-sol ».
- Un système décalé par rapport au centre est ainsi recentré au voisinage d'un nouveau grain de résolution.

Proposition 7 (Deux niveaux congruents)

Le point et l'horizon sont deux niveaux congruents, de rapport

$$c = \frac{\delta_{k-2}}{\delta_k} = 2^{2n_\infty} = a^2.$$

Le recentrage horizon $\rightarrow$ point est l'homothétie de strate H^{-2} , de rapport a^{-2} , centrée au nouveau point.

Preuve. $\delta_{k-2} = 2^{2n_\infty} \delta_k$; autosimilarité de la tour : changer de deux strates, c'est appliquer $H^{\pm 2}$. □

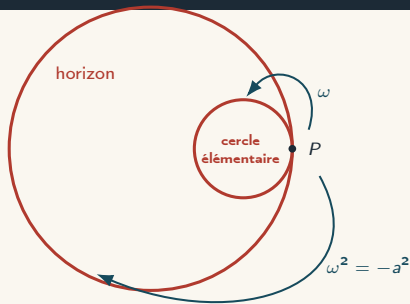
Le recentrage comme ω^2

Dans $\mathcal{P}_{\mathbb{C}}$: $\omega = a i$ est un quart de tour suivi d'un changement de strate. Son carré :

$$\omega^2 = a^2 i^2 = -a^2,$$

un **demi-tour** accompagné d'un changement de **deux** strates.

Le module $a^2 = 2^{2n_{\infty}}$ est exactement le rapport horizon/point.



Conjecture 8 (Le recentrage est la lecture cosmologique de ω^2)

Le recentrage autocentré, qui fait passer l'horizon B^3 au rang de point, est la lecture dans B^3 de $\omega^2 = -a^2$. Sa racine carrée ω , du point au cercle élémentaire, serait la **rotation intrinsèque de lecture** de l'espace cosmologique.

Ce qui reste à établir

Démontré

La correspondance des **modules** : a^2 des deux côtés.

Manquant : la composante angulaire

Identifier dans B^3 l'analogue du demi-tour $i^2 = -1$: montrer que le recentrage **renverse une orientation**. Piste : le demi-tour R_π autour de Δ_∞ , qui échange Γ et $\bar{\Gamma}$.

Les deux racines carrées du demi-tour

Dans *Plan complexe et grain nul*, le demi-tour a deux racines : le **quart de tour** et l'**aller-retour en résolution**. La conjecture retient la première. Si c'était la seconde, le recentrage serait un aller-retour sans orientation, et l'espace n'aurait pas de rotation de lecture propre.

La rotation cinématique

Le moment cinétique d'un flot

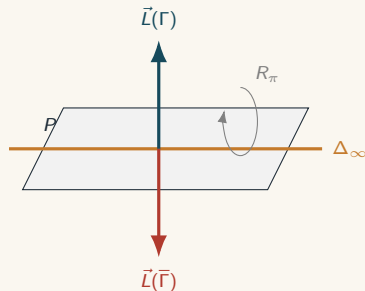
- Un grain en mouvement circulaire uniforme dans le plan P , de normale $\vec{n}$: son moment cinétique est **colinéaire à $\vec{n}$** (*Conjectures cosmologiques*, th. 1).
- Moment cinétique total : $\vec{L}(\Gamma) = L_\Gamma \vec{n}$.

Lemme 9 (Le demi-tour renverse $\vec{L}$)

Pour le demi-tour R_π autour de $\Delta_\infty \subset P$: $R_\pi \vec{n} = -\vec{n}$, donc

$$\vec{L}(\bar{\Gamma}) = \vec{L}(R_\pi \Gamma) = -\vec{L}(\Gamma), \quad \vec{L}(\Gamma \cup \bar{\Gamma}) = \vec{0}.$$

Preuve. Un demi-tour autour de $\vec{u}$ change en leur opposé les vecteurs orthogonaux à $\vec{u}$; $\vec{n} \perp \vec{u}$. Et $\vec{L}(R\Gamma) = R\vec{L}(\Gamma)$. □



Rotation autour de Δ_∞ et conservation

Théorème 10

Faisons tourner le plan autour de Δ_∞ à vitesse angulaire constante Ω ; R_t est la rotation d'angle Ωt .

1. Pour Γ seul, la partie interne $L_\Gamma R_t \vec{n}$ varie dès que $L_\Gamma \neq 0$ et $\Omega \neq 0$: un système isolé ne peut pas effectuer ce mouvement sans couple extérieur.
2. Pour $\Gamma \cup \bar{\Gamma}$, la partie interne est nulle ; le moment total se réduit à $I \Omega \vec{u}$, constant. Le mouvement est compatible avec la conservation.

Preuve. Moment total = partie interne, transportée par R_t , + partie d'entraînement $I \Omega \vec{u}$, avec I invariant par les rotations autour de Δ_∞ . (1) $R_t \vec{n}$ décrit un cercle orthogonal à $\vec{u}$. (2) $R_t \vec{0} = \vec{0}$. $\square$

Ce que cela change

La conservation ne motive pas la rotation pour Γ seul : elle l'interdit. Elle l'autorise si matière et antimatière s'équilibrent. Argument plus fort que la seule tangence commune de Δ_∞ , et lien direct avec la conjecture matière/antimatière.

Ce que disent les observations

- La relativité générale **permet** un univers en rotation : solution de Gödel (1949).
- Le fond diffus cosmologique favorise fortement l'**isotropie** : rapport de probabilité de l'ordre de 121 000 contre 1 contre un univers anisotrope, rotation comprise (Saadeh et al., 2016).
- Une rotation **très lente** reste compatible : une période de l'ordre de 500 milliards d'années pourrait atténuer la tension de Hubble (Szigeti, Szapudi et al., 2025).

Conséquence pour le grain

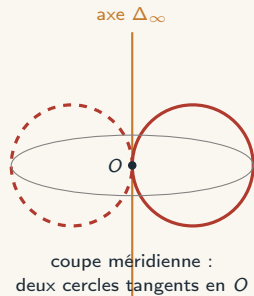
- Rotation **de lecture** : échappe à ces contraintes.
- Composante **cinématique** (point 2 du théorème) : doit rester en deçà de ces bornes.

Corrections géométriques

Proposition 11

Faire tourner un cercle autour d'une droite qui lui est tangente en O donne un tore dont un méridien est réduit à un point : une sphère dont **deux** points sont identifiés (tore pincé), et non une sphère pincée en un seul point.

Preuve. Paramètres (α, β) : angle sur le cercle ($\alpha = 0$ en O) et angle de rotation. L'application est injective sur T^2 hors du cercle $\{\alpha = 0\}$, envoyé sur O . Écraser un méridien d'un tore donne un cylindre dont les deux bords sont écrasés en un même point. $\square$



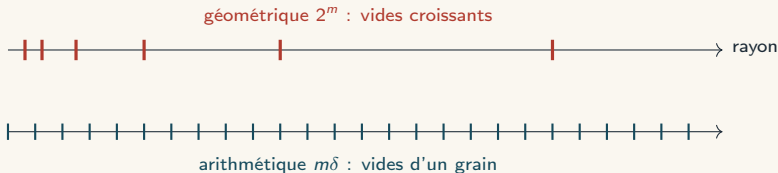
La densité exige une famille arithmétique

Proposition 12

Des rayons $r_m = 2^m$, même pour tous les niveaux de résolution m , laissent entre deux rayons consécutifs un vide de longueur r_m . Pour remplir l'espace à un grain près, il faut des rayons $r_m = m\delta$, $m \in \tilde{\mathbb{Z}}$.

Preuve. $r_{m+1} - r_m = 2^m$ dans un cas, δ dans l'autre.

□



Le passage 3D $\rightarrow$ 4D est direct

Proposition 13

L'ensemble balayé par $\bar{B}^3(\varphi)$, $\varphi \in [0, 1]$, est

$$\{(\vec{x}, \varphi) : |\vec{x}|^2 + \varphi^2 \leq 1, \varphi \geq 0\} = B_+^4.$$

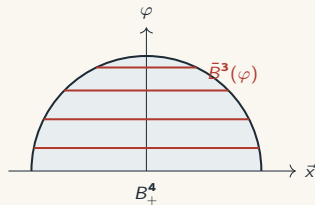
L'intégrale donne la fonction hauteur $\sqrt{1 - r^2}$ et le volume $\pi^2/4$, mais n'est pas nécessaire.

Preuve. $\vec{x} \in \bar{B}^3(\varphi) \iff |\vec{x}|^2 \leq 1 - \varphi^2$; volume de B^4 : $\pi^2/2$. □

Signature

φ devient une coordonnée **euclidienne** ; l'espace-temps de la relativité générale est **lorentzien**, $(-, +, +, +)$.

Rapprochement plus juste : la proposition « sans bord » de Hartle et Hawking (1983), demi-4-sphère euclidienne.



Proposition 14

Dans la boule pleine B^4 ($\varphi \in [-1, 1]$), le 2-plan engendré par Δ_∞ et l'axe φ coupe S^3 selon un **grand cercle**.

Preuve. Un 2-plan vectoriel coupe la sphère unité selon un grand cercle. □

Ce qui était à corriger

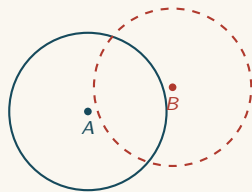
- Dans la tranche $\varphi = -1$, la boule est réduite à un **point** ($\sqrt{1-1} = 0$), et non à deux points antipodaux.
- Quatre points ne suffisent pas à définir un grand cercle.
- Il faut dire que l'on passe de la demi-boule B_+^4 à la boule pleine B^4 , par le flot miroir.

Une boule a un bord

- Des tranches B^3 munies d'un **centre géométrique** et d'un **bord** contredisent le principe cosmologique.
- Les modèles fermés usuels ont des tranches S^3 , **sans bord**.

La réponse de l'autocentrage

Interpréter le bord de B^3 comme l'**horizon propre à chaque observateur** (de l'ordre de la sphère de Hubble), et non comme un bord absolu de l'espace. C'est exactement ce que fait le recentrage.



deux observateurs,
deux horizons

Synthèse

Ce qui est établi, ce qui est conjecturé

Établi

- Deux sens de « rotation » ; seule la cinématique est contrainte par l'observation.
- Une rotation de lecture exige deux niveaux congruents.
- L'expansion autocentrée est la forme du principe cosmologique ; le recentrage met en jeu deux niveaux de rapport a^2 .
- Le moment cinétique interdit la rotation autour de Δ_∞ pour Γ seul et l'autorise pour $\Gamma \cup \bar{\Gamma}$.
- Corrections géométriques des *Conjectures cosmologiques*.

Conjecturé

- L'unité des trois représentations.
- Le recentrage comme $\omega^2 = -a^2$, et ω comme rotation intrinsèque de lecture du cosmos.

Réponse à la question du titre

Au sens de la lecture

Oui, si la conjecture est établie : une rotation entre strates qui accompagne l'expansion autocentrée.

Au sens cinématique

Peut-être, seulement si matière et antimatière s'équilibrent, et dans les bornes très étroites des observations.

Questions ouvertes

1. Identifier dans B^3 l'analogue du demi-tour $i^2 = -1$ que porte le recentrage.
2. Construire les applications entre les trois représentations.
3. Donner à la conjecture une conséquence observable : une signature de la rotation de lecture qui ne soit pas une vorticité.

- H. Genvrin, *Un cosmos en rotation ? ; Conjectures cosmologiques ; Mouvement de rotation intrinsèque ; Plan complexe et grain nul ; Niveau d'observation*, manuscrits, 2026.
- K. Gödel, *Rev. Mod. Phys.* 21 (1949), 447–450.
- D. Saadeh, S. M. Feeney, A. Pontzen, H. V. Peiris, J. D. McEwen, « How isotropic is the Universe? », *Phys. Rev. Lett.* 117 (2016), 131302.
- B. E. Szigeti, I. Szapudi, I. F. Barna, G. G. Barnaföldi, « Can rotation solve the Hubble puzzle? », *MNRAS* (2025), arXiv:2503.13525.
- J. B. Hartle, S. W. Hawking, « Wave function of the Universe », *Phys. Rev. D* 28 (1983), 2960–2975.